ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JUIN 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Ch.-Ed. Guillaume**, Correspondant pour la Section de Physique, survenu le 13 juin et celui de M. **J. A. L. Waddell**, Correspondant pour la Section de Mécanique, datant du 3 mars 1938.

AÉRONAUTIQUE. — *Sur les tensions éprouvées par l'enveloppe d'un ballon ellipsoïdal.* Note de M. **Léon Lecornu.**

Le *Journal de l'École Polytechnique* a publié en 1880 (t. XXIX) ma Thèse de doctorat *Sur l'équilibre des surfaces flexibles et inextensibles.* On y trouve notamment l'application de la théorie générale à l'état d'équilibre d'une membrane présentant la forme d'un ellipsoïde de révolution rempli d'un gaz qui exerce sur lui une pression uniforme.

En novembre 1900 a paru dans les *Annales de l'École Normale supérieure* (t. XVII) un Mémoire dont l'Académie, sur le rapport de Maurice Levy, avait voté précédemment l'impression dans le *Recueil des Savants étrangers* et dans lequel j'étudiais le cas d'un ellipsoïde quelconque. Ici encore, la pression était supposée uniforme.

Notre Confrère M. A. Caquot m'a demandé dernièrement si l'on ne pourrait pas tenir compte de la variation de pression produite par les poids spécifiques du gaz inclus et de l'air ambiant.

Bien que l'intérêt de cette question paraisse purement spéculatif, je vais l'examiner sommairement, en me bornant à l'ellipsoïde de révolution.

Soit

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2+z^2}{b^2}=1 \qquad (a>b)$$

l'équation de la surface.

Dirigeons Oz suivant la verticale ascendante, puis posons

$$x=a\cos\lambda, \qquad y=b\sin\lambda\sin\mu, \qquad z=b\sin\cos\mu.$$

Les lignes $\lambda=$ const. sont des circonférences verticales et parallèles. Les lignes $\mu=$ const. sont des méridiens elliptiques. L'ensemble forme un réseau orthogonal. Le carré de l'élément linéaire est

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2=L^2\,d\lambda^2+M^2\,d\mu^2$$

avec

$$L=\sqrt{a^2\sin^2\lambda+b^2\cos^2\lambda}, \qquad M=b\sin\lambda.$$

Chaque méridien se trouvant dans un plan orthogonal à la surface, sa courbure géodésique est nulle. Sa courbure normale $1/R_1$ est celle d'une ellipse ayant pour longueurs d'axes, a, b, ce qui donne $1/R_1=ab/L^3$.

Chaque parallèle a pour rayon $b\sin\lambda$ et son plan fait avec le cône dont il est la base un angle dont la tangente est $b/a\cot\lambda$. Le théorème de Meunier donne par suite $1/\rho_2=-\cot\lambda/L$ pour la courbure géodésique et $1/R_2=ab/L$ pour la courbure normale.

Sous l'action de forces extérieures, l'élément rectangulaire dont les côtés sont $L\,d\lambda$, $M\,d\mu$ subit, perpendiculairement à ces côtés, des tensions n_1, n_2, et tangentiellement à eux, une même tension t: ce sont les trois inconnues du problème.

Quand les forces extérieures se réduisent à une pression Φ partout normale à la surface, les équations devant être vérifiées par n_1, n_2, t sont, ainsi que je l'ai établi en 1880,

$$\frac{1}{L}\frac{\partial n_2}{\partial\lambda}-\frac{1}{M}\frac{\partial t}{\partial\mu}+\frac{n_1-n_2}{\rho_2}+\frac{2t}{\rho_1}=0,$$

$$\frac{1}{M}\frac{\partial n_1}{\partial\mu}-\frac{1}{L}\frac{\partial t}{\partial\lambda}+\frac{n_2-n_1}{\rho_1}+\frac{2t}{\rho_2}=0;$$

$$\frac{n_1}{R_2}+\frac{n_2}{R_1}=\Phi.$$

Elles deviennent ici

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} &\sin\lambda\frac{\partial n_2}{\partial\lambda}-\frac{L}{b}\frac{\partial t}{\partial\mu}+\cos\lambda(n_2-n_1)=0,\\ &\frac{L}{b}\frac{\partial n_1}{\partial\mu}-\sin\lambda\frac{\partial t}{\partial\lambda}-2\cos\lambda\, t=0,\\ &n_1+\frac{b^2}{L^2}n_2=\frac{b}{a}L\Phi,\end{aligned}\right.$$

Φ est la somme de la pression uniforme P et de la pression variable Q. Vu la forme linéaire des équations, chaque tension a pour valeur la somme des valeurs dues à P et à Q. L'influence de P étant déjà connue, je vais m'occuper uniquement de celle de Q.

Pour calculer Q, j'admets, vu le faible écart des limites entre lesquelles varie z, qu'on peut appliquer la loi hydrostatique.

La pression effective est l'excès de la pression intérieure $P_1 - \varpi_1 z$ sur la pression atmosphérique $P_0 - \varpi_0 z$, en sorte que $Q = (\varpi_0 - \varpi_1)z = \varpi z$. Le gaz étant plus léger que l'air, ϖ est positif. Nous avons, en somme,

$$\Phi = \varpi b \sin\lambda \cos\mu.$$

Commençons par traiter le cas d'un ballon sphérique de rayon a. Oz est alors un axe de révolution, autour duquel tout se passe symétriquement, et il devient avantageux d'employer comme variables, d'une part l'angle θ que forme avec Oz le rayon OP aboutissant au point considéré, d'autre part l'angle φ des plans zOP, zOx.

On passe du système λ, μ au système θ, φ par les formules

$$\cos\lambda = \sin\theta\cos\varphi, \qquad \sin\lambda\sin\mu = \sin\theta\sin\varphi, \qquad \sin\lambda\cos\mu = \cos\theta,$$

L est remplacé par a et M par $a\sin\theta$.

Désignons par N_1, N_2, T les tensions relatives aux nouvelles variables. Elles sont évidemment indépendantes de φ, ce qui, en posant pour abréger $\varpi a^2 = q$, réduit les équations du problème à

$$(2) \quad \sin\theta\frac{\partial N_2}{\partial\theta} + \cos\theta(N_2 - N_1) = 0, \qquad \sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta} + 2\cos\theta T = 0, \qquad N_1 + N_2 = q\cos\theta.$$

La seconde donne immédiatement

$$T\sin^2\theta = \text{const}.$$

Pour déterminer la constante, remarquons que les tensions ne doivent nulle part devenir infinies, sans quoi le ballon éclaterait ou tout au moins serait soumis à des efforts rendant inadmissible la fiction de l'inextensibilité. On est ainsi conduit à annuler la constante, ce qui rend la tension T identiquement nulle.

L'élimination de N_1 entre les deux autres équations fournit la relation

$$\sin\theta\frac{\partial N_2}{\partial\theta} + 2\cos\theta N_2 = q\cos^2\theta,$$

d'où

$$N_2\sin^2\theta = -\frac{q}{3}\cos^3\theta + \text{const.},$$

N_2 doit demeurer fini pour $\theta = 0$. Il faut et il suffit pour cela que la constante soit égale à $q/3$.

On trouve ainsi

$$N_2 = -\frac{q}{3}\left(1 + \frac{\cos^2\theta}{1+\cos\theta}\right),$$

et par suite

$$N_1 = \frac{q}{3}\left(2\cos\theta + \frac{1}{1+\cos\theta}\right).$$

Revenons aux coordonnées λ, μ. Comme $\cos\theta = \sin\lambda\cos\mu$, on connaît N_1, N_2.

Soit i l'angle d'intersection des grands cercles $\varphi = \text{const.}$, $\mu = \text{const.}$ On a

$$\sin i = \frac{\sin\varphi}{\sin\lambda} = \frac{\sin\mu}{\sin\theta},$$

d'où

$$\sin^2 i = \frac{\sin\varphi\sin\mu\sin\theta}{\sin\lambda\sin^2\theta} = \frac{\sin\lambda\sin^2\mu}{\sin\lambda\cos^2\lambda + \sin^2\lambda\sin^2\mu} = \frac{\sin^2\mu}{\sin^2\mu + \cos^2\lambda\cos^2\mu},$$

$$\cos^2 i = \frac{\cos^2\lambda\cos^2\mu}{\sin^2\mu + \cos^2\lambda\cos^2\mu}.$$

Or, d'après des formules connues,

$$n_1 = N_1\cos^2 i + N_2\sin^2 i, \qquad n_2 = N_1\sin^2 i + N_2\cos^2 i;$$
$$t = (N_1 - N_2)\sin i\cos i.$$

Telles sont donc, en fonction de λ et μ, les tensions qui, pour une sphère de rayon a, résultent des équations (1).

Dans le cas de l'ellipsoïde, posons $b = a(1-e)$, d'où

$$L^2 = a^2[1 + (e^2 - 2e)\cos^2\lambda].$$

On peut ainsi représenter les coefficients des équations (1) par des séries ordonnées suivant les puissances croissantes de e. Remplaçons en même temps

$$n_1 \text{ par } n_1 + \alpha_1 e + \alpha_2 e^2 + \ldots + \alpha_n e^n \ldots,$$
$$n_2 \text{ par } n_2 + \beta_1 e + \beta_2 e^2 + \ldots + \beta_n e^n \ldots,$$
$$t \text{ par } t + \gamma_1 e + \gamma_2 e^2 + \ldots + \gamma_n e^n \ldots.$$

En annulant séparément, dans les équations ainsi modifiées, les coefficients des diverses puissances de e, on obtient une suite de relations propres à faire connaître les inconnues α, β, γ. Ici encore les constantes d'intégration se trouvent déterminées par la condition d'exclure toute tension infinie.

Déjà, en 1880, puis en 1900, j'avais, pour le cas d'une pression uniforme,

établi d'une autre manière que l'absence de tensions infinies entraîne la détermination complète de l'état d'équilibre d'un ellipsoïde.

Il est fort vraisemblable qu'un fait analogue se produit pour toute surface fermée ne présentant aucune singularité et soumise à une pression variant suivant une loi quelconque.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de l'adonite.* Note de M. **Robert Lespieau.**

J'ai indiqué [1] comment on pouvait arriver à la pentacétine de l'arabite racémique en partant du composé $CH^2Cl - CHOH - CHOH - C \equiv CH$, qu'on transforme d'abord en triacétine acétylénique; sur cette dernière on fixe deux atomes d'hydrogène, puis deux oxhydriles, que finalement on acétyle.

Ces opérations fournissent un liquide épais, 40^g, dont près de la moitié cristallise assez vite, donnant ainsi 18^g de la pentacétine en question.

L'autre moitié se présente sous la forme d'un sirop légèrement brunâtre, qui au bout d'un an n'avait pas cristallisé. On l'a alors distillé, sous un vide de 6 millièmes de millimètre environ. Il a passé à 110° incolore, ne laissant qu'un très faible résidu. La composition de ce distillat était bien celle d'une pentacétine de pentite et comme, à 25°, sa densité était 2,2143 et son indice D 1,444, sa réfraction moléculaire se calculait pour une pentacétine comme égale à 79, 19, la théorie voulant 79, 64.

Ce liquide abandonné donna lentement des cristaux identiques aux précédents, environ deux grammes. Mais, au début de cette année, il me parut que la cristallisation ne continuait plus. Les opérations effectuées jusque-là avaient donc fourni, en quantités à peu près égales, des cristaux C et un liquide L.

Les cristaux C s'étaient montrés très faciles à saponifier par l'alcool méthylique. 12 molécules, en présence de $0^g,3$ d'acide chlorhydrique; une ébullition de trois heures au réfrigérant ascendant suffisait. Si ensuite on concentrait à moitié, puis abandonnait à l'air, il cristallisait spontanément de l'arabite racémique. En essorant avant que la cristallisation soit trop avancée, et clairçant avec un peu de méthylol propre, on avait des cristaux fondant à 105-106°, ce qui est le point de fusion de l'arabite *d.l.* L'alcool essoré donnait les mêmes cristaux en s'évaporant.

---

(1) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 145.

Le liquide L vient d'être à son tour soumis au même traitement que les cristaux C. Il a donné un produit de saponification qui a cristallisé spontanément en un point au bout de quelques heures, mais on avait observé auparavant, sur une prise d'essai, qu'on amorçait immédiatement la cristallisation en promenant dans le liquide un fil de platine ayant touché de l'adonite commerciale. Les cristaux bruts fondaient de 96° à 104°, sans doute parce qu'ils contenaient un peu d'arabite; on les a dissous dans l'alcool éthylique absolu bouillant, et l'on a essoré les cristaux déposés à froid. Ils ont alors fondu à 101°,5-102°, point de fusion de l'adonite. Broyés avec des cristaux de cette dernière, ils ont fourni une poudre fondant à la même température.

Ces synthèses nous renseignent sur la structure dans l'espace du corps servant de point de départ, $CH^2Cl-CHOH-CHOH-C\equiv CH$. La stéréochimie conduit à admettre l'existence de deux corps inactifs par condensation correspondant à cette formule plane. Mais le fait que nous sommes parti d'un corps cristallisé implique qu'ici un seul de ces racémiques était présent. Or, comme l'adonite a la formule (I), dans laquelle tous les oxhydriles secondaires sont du même côté, on ne peut admettre que, dans le corps servant de point de départ, il n'en ait pas été de même pour les deux OH déjà présents. Le produit initial, qui est un racémique, correspondait donc aux formules (II) et (III) :

CH^2OH	CH^2Cl	CH^2Cl
|	|	|
$H-C-OH$	$H-C-OH$	$HO-C-H$
|	|	|
$H-C-OH$	$H-C-OH$	$HO-C-H$
|	|	|
$H-C-OH$	C	C
|	≡	≡
CH^2OH	CH	CH
(I).	(II).	(III).

Avec ces schémas la formation des deux pentites s'explique très bien : quand, dans (II) et (III), on a remplacé Cl par OH et $C\equiv CH$ par $CH=CH^2$, la fixation des deux nouveaux oxhydriles peut se faire pour le secondaire du côté des deux OH déjà présents, ce qui, avec les formules (II) et (III), donne l'adonite; mais la fixation peut aussi se faire du côté opposé, ce qui, avec (II) et (III), donne l'arabite racémique.

Comme nous avons eu ces deux pentites, il s'ensuit que, lors de l'action du chlorate d'argent en présence de OsO^4, la position de nouveaux oxhydriles n'est pas, du moins ici, conditionnée par la situation de ceux déjà présents.

Cependant, s'il s'était fait aussi de la xylite, ces raisonnements sur la constitution stérique de notre chlorhydrine seraient en défaut, et naturellement je ne puis affirmer l'absence rigoureuse de cette pentite, car j'ai eu des queues de purification inutilisables, mais elles ont toujours été en très petite quantité.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la découverte, par M. Stéphane Desombre, d'un Éléphant fossile au centre du Sahara.* Note [1] de MM. **Jean Tilho** et **Camille Arambourg.**

Au cours d'un voyage de recherches ethnographiques entre le Sud-Algérien et le Tchad par Djanet, In Ezzane et Bilma (janvier-juillet 1937), M. Stéphane Desombre fut informé par le commandant du poste de Chirfa (lieutenant Coste) de l'existence d'ossements fossiles en plein désert au nord-ouest de l'oasis de Bilma. Ayant rencontré à Anaye et engagé comme guide l'indigène qui avait signalé ce gisement, il put en faire la reconnaissance, le 31 mars 1937.

D'Anaye à Arrigui, M. Desombre, faisant route vers le Sud, longeait pendant une trentaine de kilomètres la bordure occidentale du chapelet d'oasis du Kaouar, caractérisé par une suite presque ininterrompue de belles palmeraies et de jardins bien irrigués avec de nombreux hameaux aux cases très dispersées. Ayant fait provision d'eau à la petite mare d'Hassi-Balkadji-Bodoubé près d'Arrigui, il obliquait vers le Sud-Ouest, sortait des oasis et marchait pendant cinq heures en direction du Sud-Ouest à travers une plaine déserte au sol ferme (sable à gros grains parsemé de gravier de quartz); à la tombée du jour, il parvenait au gisement fossile qu'un hasard heureux avait pu seul faire découvrir, car on ne voyait affleurer au ras de terre que juste la région occipitale d'un crâne de grandes dimensions, alors que tout autour de ce point le paysage, sans aucun relief ni le moindre repère, était à perte de vue celui du désert absolu; l'atmosphère étant très limpide, la ligne d'horizon était visible à grande distance du Nord au Sud par l'Ouest, tandis que du côté de l'Est elle paraissait peu éloignée (quelques kilomètres à peine), mais toujours plate et régulière; les grandes falaises de l'oasis du Kaouar, bien que distantes d'une vingtaine de kilomètres seulement, étaient cachées par cette

---

[1] Séance du 8 juin 1938.

ligne d'horizon, ce qui conduit à penser que ce gisement fossile doit se trouver à une altitude inférieure ou tout au plus égale à celle de l'oasis d'Arrigui. D'après la carte au 1/1 000 000e du Service Géographique de l'Armée son emplacement devrait être à peu de distance des rochers de Gingérem (5 à 8^{km}), mais ceux-ci n'ont été aperçus ni devinés d'aucun côté.

M. St. Desombre, ne disposant que de cinq chameaux de bât pour l'ensemble de son convoi, se bornait à emporter le crâne et laissait en place le reste du squelette; malheureusement, à mesure qu'on le dégageait, il se dissociait en éléments fragiles et le transport à dos de chameau jusqu'au poste de Bilma achevait de le mettre en fâcheux état avant qu'il ait pu être procédé à un emballage soigné.

Examiné au Laboratoire de Paléontologie du Muséum d'Histoire Naturelle, ce crâne brisé et irréparable parce qu'incomplet a donné lieu aux remarques suivantes :

Les débris, bien que nettement fossilisés et en partie recouverts de la gangue sableuse qui les contenait, sont fragiles; leur couleur est blanche et ils ne présentent point cette imprégnation de sels ferriques ou manganiques qui caractérise habituellement les ossements fossilisés au sein d'un milieu lacustre, comme il s'en rencontre en divers gisements sahariens qui correspondent aux dépôts d'anciens chotts. Leur mode de conservation indique au contraire qu'ils ont dû être enfouis sous des sédiments éoliens ou dans la zone d'épandage de quelques cours d'eau à régime temporaire.

On a pu retrouver parmi eux les restes de 4 dents simultanément fonctionnelles, et les reconstituer en partie. La pièce la plus intéressante ainsi obtenue est un fragment postérieur de M^3 ou de M^2 réduit à 5 lames incomplètes et qui mesure 141^{mm} de longueur totale.

Il s'agit d'une dent à un état d'usure déjà avancé, dont les caractéristiques sont les suivantes :

1° fréquence laminaire basse, 4 lames aux 10^{cm}.

2° forme loxodonte et incurvée avec convexité en avant des figures d'abrasion des lames moyennes, et développement d'un fort sinus au bord antérieur accompagné de quelques gros plis.

3° émail moyennement épais et plissé sur tout le pourtour des figures d'abrasion.

Ces caractères indiquent qu'il s'agit d'une espèce étroitement apparentée à l'Éléphant actuel d'Afrique, mais différente cependant; ils rappellent d'autre part d'une façon frappante ceux d'une forme fossile connue seulement jusqu'ici dans le Quaternaire de l'Afrique du Nord : *E. atlanticus*

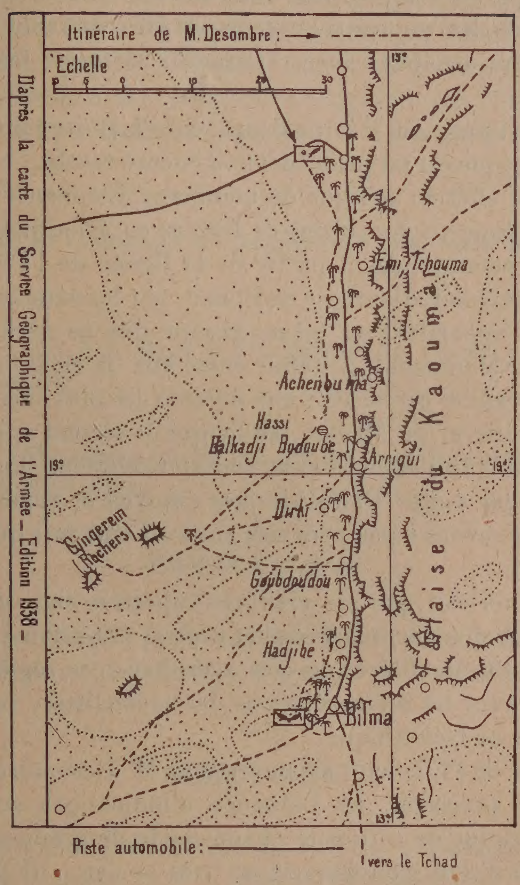

Itinéraire de M. Desombre :
Echelle
D'après la carte du Service Géographique de l'Armée – Edition 1938 –
Emi Tchouma
Hassi
Balkadji Bodoubé
Arrigui
Dirki
Gingerem (Rochers)
Hadjibé
Bilma
Falaise du Kaouar
Piste automobile :
vers le Tchad

Fig. 1.

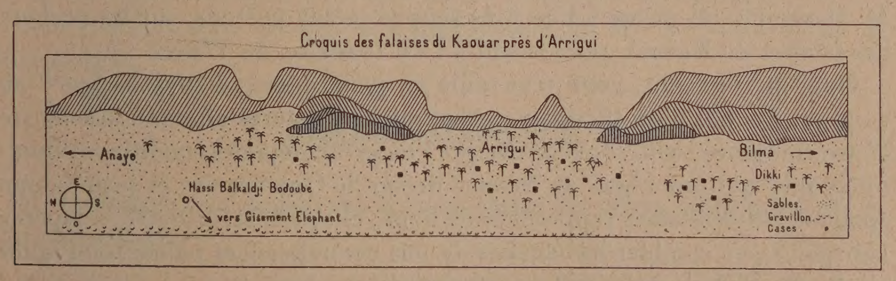

Croquis des falaises du Kaouar près d'Arrigui
Anaye
Arrigui
Bilma
Dikki
Hassi Balkaldji Bodoubé
vers Gisement Eléphant
Sables.
Gravillon.
Cases.

Fig. 2.

Pomel, et qui paraît s'apparenter aussi de très près à l'espèce vivante. Malheureusement, les fragments qui nous ont été remis sont trop incomplets pour pouvoir être attribués avec certitude à la forme fossile Nord africaine.

La question est pourtant d'importance, car l'histoire paléontologique de l'Éléphant d'Afrique est un problème non encore résolu.

On connaît en effet en Afrique de nombreux Éléphants fossiles quaternaires, mais la plupart sont voisins de formes eurasiatiques et ne peuvent être considérés comme faisant partie de la lignée de l'Éléphant africain actuel. Seul l'Éléphant atlantique de Pomel, par les caractères de sa dentition loxodonte, appartient au même groupe que ce dernier; mais il est impossible, pour le moment, d'établir entre eux de relation phylogénique directe, car le premier est localisé aux niveaux les plus anciens du Paléolithique de l'Algérie et du Maroc, tandis que le second apparaît au début du Néolithique à la fois au nord et au sud du Continent. Entre eux s'étend toute la durée des temps Paléolithiques (moyen et supérieur), au sujet desquels nous ne savons à peu près rien sur les Éléphants qui vivaient alors en Afrique.

D'autre part on sait, par les gravures rupestres signalées en de nombreux points du Sahara septentrional et central (Zousfana, Eglab, Ahnet, Hoggar etc.), que des Éléphants ont vécu dans ces régions jusqu'à une époque qui, suivant les interprétations des spécialistes, varie du Paléolithique supérieur au Néolithique.

Bien que l'âge de l'Éléphant découvert par M. Desombre ne puisse être déterminé avec précision, en l'absence d'indications stratigraphiques, l'état de conservation de ce fossile et son mode de gisement ne paraissent pas indiquer qu'il soit géologiquement très ancien » il pourrait correspondre, à ce point de vue, aux gravures d'Éléphants relevées par M. Desombre lui-même à peu près sous la même latitude, sur les rochers des falaises du Kaouar qui bordent à l'Est la région du Ténéré.

Quoi qu'il en soit, cette trouvaille en plein désert, à plus de 500^{km} au nord du Tchad, d'un Éléphant archaïque à caractères africanoïdes mérite d'être soulignée : elle confirme ce que l'on savait déjà des conditions climatologiques qui ont régné au Sahara durant le Quaternaire et jusqu'à une époque peut-être assez rapprochée de nous; elle permet, en outre, d'espérer voir peu à peu combler les lacunes de nos connaissances paléontologiques par la prospection des gisements quaternaires sahariens.

L'intérêt des recherches de cette nature serait grandement augmenté si

elles s'accompagnaient d'observations stratigraphiques précises, qui permettraient de dater avec certitude les matériaux fossilles recueillis. Il serait souhaitable que les Services sahariens puissent encourager les nomades à s'intéresser à ces questions et à signaler aux officiers méharistes chargés de la police du désert, toutes les trouvailles qu'ils pourraient faire à cet égard.

M. **Ch. Fabry** fait hommage à l'Académie d'une *Notice* qu'il a consacrée à M. Paul Janet.

M. **H. Villat** fait hommage à l'Académie du *Volume jubilaire offert à M. Jacques Hadamard*.

M. **Selman A. Waksman** fait hommage à l'Académie des tirés à part de divers travaux de Pédologie.

NOMINATIONS.

M. **H. Colin** est désigné pour représenter l'Académie aux fêtes d'*Inauguration officielle de la Cathédrale de Reims*, les 9 et 10 juillet 1938.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de *M. L. Torres Quevedo* décédé.

Sir **William Bragg** est proclamé élu à l'unanimité des suffrages.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Halogènes et composés oxygénés du chlore*. Mémoires de MM. Scheele, Berthollet, Gay-Lussac et Thenard, H. Davy, Balard, Courtois, H. Moissan, Millon. *Avant-propos* par M. A. Damiens (présenté par M. P. Lebeau).

2° *La Dissolution*. Mémoires de MM. Lavoisier, Gay-Lussac, Loewel, Gernez, Lescoeur, Raoult. *Préface* de M. Henry Le Chatelier (présenté par M. P. Lebeau).

3° *Les Chênes* par A. Camus. Tome I. Texte (présenté par M. L. Blaringhem).

4° *Suite de la descendance des Aubert du Petit Thouars de Saint-Georges. Récits biographiques* par le comte du Petit Thouars.

5° F. Brunet. *Œuvres médicales d'Alexandre de Tralles*. Tome IV. *Les douze livres de médecine (suite et fin)* (présenté par M. M. de Broglie).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines transformations fonctionnelles relatives aux équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre.* Note de M. **Jean Delsarte**, présentée par M. Henri Villat.

Soit R un nombre fixe; $A(r)$, $B(r)$, $C(r)$ seront trois fonctions définies et continues pour $r \in (R, +\infty)$, la première étant essentiellement positive. Soient d'autre part $a(y)$, $b(y)$, $c(y)$ trois fonctions définies et continues pour $y \in (y_0; y_1)$. Considérons les équations

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = a(y)\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + b(y)\frac{\partial f}{\partial y} + c(y).f, \tag{1}$$

$$A(r)\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + B(r)\frac{\partial F}{\partial r} + C(r).F = a(y)\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + b(y)\frac{\partial F}{\partial y} + c(y).F, \tag{2}$$

$$A(r)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + B(r)\frac{\partial \Phi}{\partial r} + C(r).\Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}; \tag{3}$$

dont on envisage respectivement les intégrales $f(x, y)$, $F(r, y)$, $\Phi(r, t)$ définies et continues dans les domaines

$$\begin{array}{lll} D_1: & x \in (-\infty, +\infty); & y \in (y_0; y_1); \\ D_2: & r \in (R, +\infty); & y \in (y_0; y_1); \\ D_3: & r \in (R, +\infty); & t \in (-\infty, +\infty). \end{array}$$

Introduisons maintenant les quatre opérateurs linéaires suivants

$$f(r) = \mathcal{A}_r[\alpha(\tau)]; \qquad g(r) = \mathcal{B}_r[\beta(\tau)];$$
$$\alpha(t) = A_t[f(\rho)]; \qquad \beta(t) = B_t[g(\rho)].$$

Le premier donne la valeur $f(r) = \Phi(r, 0)$ pour $t = 0$, de l'intégrale $\Phi(r, t)$ de (3), définie dans D_3 et satisfaisant aux conditions

$$\Phi(R, t) = 0, \qquad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=R} = \alpha(t), \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Le second donne la valeur $g(r) = \Psi(r, 0)$, pour $t = 0$, de l'intégrale $\Psi(r, t)$ de (3), définie dans D_3 et satisfaisant aux conditions

$$\Psi(R, t) = \beta(t), \qquad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right)_{r=R} = 0, \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Le troisième donne la valeur $\alpha(t) = (\partial\Phi/\partial r)_{r=R}$ de la dérivée par rapport à r, pour $r = R$, de l'intégrale $\Phi(r, t)$ de (3), définie dans D_3 et satisfaisant aux conditions

$$\Phi(r, 0) = f(r), \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{t=0} = 0, \qquad r \in (R, +\infty), \qquad \Phi(R, t) = 0, \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Cette valeur est une fonction paire de t.

Le quatrième donne la valeur $\beta(t) = \Psi(R, t)$, pour $r = R$, de l'intégrale $\Psi(r, t)$ de (3), définie dans D_3 et satisfaisant aux conditions

$$\Psi(r, 0) = g(r), \quad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{t=0} = 0, \qquad r \in (R, +\infty), \qquad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right)_{r=R} = 0, \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Cette valeur est une fonction paire de t; on notera que

$$f(r) = \mathcal{A}_r[\alpha(\tau)]; \qquad g(r) = \mathcal{B}_r[\beta(\tau)].$$

Ceci étant, on peut énoncer les théorèmes suivants :

I. *Si $f(x, y)$ et $g(x, y)$ sont des solutions de* (1), *définies et continues dans* D_1, *les transformations*

$$F(r, y) = \mathcal{A}_r[f(\xi, y)]; \qquad G(r, y) = \mathcal{B}_r[g(\xi, y)]$$

leur font correspondre deux solutions $F(r, y)$ *et* $G(r, y)$ *de l'équation* (2), *définies et continues dans* D_2.

II. *Si* $F(r, y)$ *et* $G(r, y)$ *sont des solutions de l'équation* (2), *définies et continues dans* D_2, *les transformations*

$$f(x, y) = A_x[F(\rho, y)]; \qquad g(x, y) = B_x[G(\rho, y)]$$

leur font correspondre deux fonctions paires de x, $f(x, y)$ et $g(x, y)$, définies et continues dans D_1, *et solution de l'équation* (1).

Exemple. — (1) est l'équation des potentiels plans

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0,$$

(2) est l'équation des potentiels révolutifs

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r}+\frac{\partial^2 F}{\partial y^2}=0.$$

Si R est nul, on se trouve dans un cas limite, car alors les fonctions $A(r)$, $B(r)$, $C(r)$ sont seulement définies et continues dans $(0, +\infty)$; les opérateurs $\mathcal{A}$ et A n'ont plus de sens; on a (¹)

$$\mathcal{B}_r[\beta(\tau)]=\frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\beta(r\sin\theta)\,d\theta,$$

$$\mathrm{B}_t[g(\rho)]=\frac{d}{dt}\left[t\int_0^{\frac{\pi}{2}}g(t\sin\theta)\sin\theta\,d\theta\right].$$

Si R est positif, les quatre opérateurs $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, A, B s'obtiennent aisément sous forme finie par les procédés classiques de la théorie des équations hyperboliques; ils sont assez compliqués et font intervenir des intégrales dont les noyaux sont des fonctions hypergéométriques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une généralisation de la première formule de la moyenne et les polynomes de Tchebichef.* Note de M. **Nicolas Cioranescu**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $V_n(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\|1\, x_k \ldots x_k^{n-1}\|=V_n$ le déterminant de Vandermonde d'ordre n, et soit

$$(1)\qquad [x_0x_1\ldots x_n]=\frac{\|1\ x_k\ \ldots\ x_k^{n-1}\ f(x_k)\|}{V_{n+1}(x_0, x_1, \ldots, x_n)}$$
$$=\sum_{k=0}^{n}\frac{f(x_k)}{(x_k-x_0)\ldots(x_k-x_{k-1})(x_k-x_{k+1})\ldots(x_k-x_n)},$$

$f(x)$ étant une fonction qui admet des dérivées d'ordre n dans un intervalle (a, b).

$\varphi(x_0, x_1, \ldots, x_n)$ étant une fonction positive dans le domaine d'inté-

(¹) J'ai signalé la transformation correspondante (*Comptes rendus*, 205, 1937, p. 645).

gration, on a, d'après la première formule de la moyenne,

$$(2)\quad \int_a^b \cdots \int_a^b [x_0 x_1 \ldots x_n]\, \varphi(x_0, \ldots, x_n)\, dv_{n+1}$$
$$= [\xi_0 \xi_1 \ldots \xi_n] \int_a^b \cdots \int_a^b \varphi(x_0, \ldots, x_n)\, dv_{n+1}$$
$$= \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!} \int_a^b \cdots \int_a^b \varphi(x_0, \ldots, x_n)\, dv_{n+1},$$

où $dv_{n+1} = dx_0 dx_1 \ldots dx_n$ et ξ et ξ_k appartiennent à l'intervalle (a, b). Prenons dans cette formule

$$\varphi(x_0, \ldots, x_n) = V_{n+1}^2(x_0, \ldots, x_n)\, p(x_0)\, p(x_1) \ldots p(x_n),$$

$p(x)$ étant une fonction positive dans (a, b). Alors, en utilisant pour $[x_0 x_1 \ldots x_n]$ sa seconde expression (1), on trouve

$$\sum_{k=0}^{n} \int_a^b p(x_k) f(x_k)\, dx_k \int_a^b \cdots \int_a^b V_{n,k}^2 \varpi_k\, dv_n^k$$
$$= \frac{f^{(n)}(\xi)}{n!} \int_a^b \cdots \int_a^b V_{n+1}^2\, p(x_0) \ldots p(x_n)\, dv_{n+1},$$

où

$$\varpi_k = (x_k - x_0) \ldots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \ldots (x_k - x_n)\, p(x_0) \ldots p(x_{k-1})\, p(x_{k+1}) \ldots p(x_n),$$
$$V_{n,k} = V_n(x_0, x_1, \ldots, x_{k-1}, x_{k+1}, \ldots, x_n), \qquad dv_n^k = \frac{dv_{n+1}}{dx_k}.$$

Mais

$$\int_a^b \cdots \int_a^b V_{n,k}^2 \varpi_k\, dv_n^k = \mathcal{P}_n(x_k),$$

$\mathcal{P}_n(x)$ étant un polynome en x de degré n dont les coefficients sont les mêmes quel que soit x_k. Il en résulte la formule que nous voulons signaler :

$$(3)\quad \int_a^b p(x)\, \mathcal{P}_n(x) f(x)\, dx = \frac{f^{(n)}(\xi)}{(n+1)!} \int_a^b \cdots \int_a^b V_{n+1}^2\, p(x_0) \ldots p(x_n)\, dv_{n+1}.$$

2. Les polynomes

$$(4)\quad \mathcal{P}_n(x) = \int_a^b \cdots \int_a^b V_n^2 (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_n)\, p(x_1) \ldots p(x_n)\, dv_n$$

sont les polynomes de Tchebichef relatifs au poids $p(x)$, comme on le voit facilement en prenant dans (3) pour $f(x)$ un polynome de degré inférieur à n. Ainsi, pour $p(x) = 1$, les polynomes (4) sont, à des facteurs constants

près, les polynomes de Legendre et la formule (3) devient

$$\int_a^b X_n(x) f(x)\, dx = \frac{n!}{(2n+1)!}(b-a)^{n+1} f^{(n)}(\xi). \tag{5}$$

A l'aide de cette formule on peut retrouver la formule de K. Petr.

3. Supposons que $f(x)$ appartienne à la classe des fonctions indéfiniment dérivables dans (a, b) et satisfaisant dans cet intervalle aux conditions

$$|f^{(n)}(x)| < A_n k^n.$$

Soit

$$f(x) = \sum_0^\infty c_n X_n(x) = \sum_0^\infty \frac{n!}{(2n)!}(b-a)^n f^{(n)}(\xi_n) X_n(x) \tag{6}$$

son développement en série de polynomes de Legendre [la dernière expression étant obtenue en tenant compte de (5)]. Si l'on cherche la condition à laquelle doit satisfaire la suite A_n pour que cette série soit absolument convergente, à savoir

$$\overline{\lim} \sqrt[n]{\frac{n!}{(2n)!}} \sqrt[n]{A_n} = \lambda < \infty,$$

on voit que cette condition montre aussi que les séries

$$\sum \sqrt[n]{\frac{n!}{(2n)!}}, \quad \sum \frac{1}{\sqrt[n]{A_n}}$$

sont de même nature. Or, la première étant divergente, il en résulte, d'après la condition bien connue de M. A. Denjoy, que les fonctions $f(x)$ sont quasi-analytiques.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les valeurs multiples et les directions de Borel des fonctions méromorphes.* Note de M. **Kwok Ping Lee**, présentée par M. Émile Borel.

L'objet de cette Note est de préciser la théorie des directions de Borel des fonctions méromorphes en considérant les valeurs multiples comme M. Nevanlinna l'a déjà fait pour le théorème de Picard-Borel. On observe que tous les théorèmes fondamentaux sur ce sujet peuvent être généralisés en supprimant la multiplicité des points multiples ou les points multiples d'ordre supérieur à trois.

Soit $\overline{n}(r, f=x)$ le nombre des racines, intérieures au cercle $|z| \leq r$ de

l'équation $f(z)=x$, chaque racine étant comptée une seule fois, et soit

$$\overline{N}(r, f=x)=\int_0^r \frac{\overline{n}(t, f=x)-\overline{n}(0, f=x)}{t}\,dt+\overline{n}(0, f=x)\log r.$$

Soit $N^{(k)}(r, f=x)$ une expression qui se déduit de $N(r, f=x)$ en y négligeant la contribution des racines de $f(z)=x$ dont l'ordre de multiplicité est inférieur à k.

On a les théorèmes suivants :

Théorème A. — *Étant donnée une fonction méromorphe $f(z)$ dans un cercle $|z|<R$ (R fini ou infini), soient a_i $(i=1, 2, 3)$ trois nombres finis et tous différents, soit A la plus grande valeur de leurs modules et de e. On a les inégalités*

$$(1)\qquad T(r, f)<\sum_{i=1}^{3}\overline{N}(r, f=a_i)+S(r);$$

$$(2)\qquad \left(1-\frac{3}{k}\right)T(r, f)<\left(1-\frac{1}{k}\right)[N(r)-N^{(k)}(r)]+\frac{4}{k}\overset{+}{\log}T(\rho, f)+S(r)\qquad(\rho>r);$$

où pour $\rho>r$

$$S(r)<24\overset{+}{\log}T(\rho, f)+9\overset{+}{\log}\frac{1}{\rho-r}+21\overset{+}{\log}\frac{1}{r}+12\overset{+}{\log}\rho+6\sum_{i\neq j}{}'\frac{1}{|a_i-a_j|},$$

quand r est assez grand pour que $\log T(r, f)$ soit supérieur à

$$C_f,\quad \log A,\quad \left[\overset{+}{\log}\frac{1}{|f(0)-a_j|}\right]$$

$$\left(\left[\overset{+}{\log}\frac{1}{|f(0)-a_j|}\right]=0,\quad \text{si } f(0)=a_j;\quad =\overset{+}{\log}\frac{1}{|f(0)-a_j|},\quad \text{si } f(0)\neq a_j\right).$$

C_f est une constante dépendant seulement de $f(z)$.

Théorème B. — *Étant donnée une fonction méromorphe $f(z)$ dans un cercle $|z|<R$ (R fini ou infini) telle que $f(0)\neq 0, 1, \infty$; $f'(0)\neq 0, 1$. On a pour $r<\rho<2r$ les inégalités suivantes :*

$$(I)\qquad T(r, f)<6[\overline{N}(\rho, f=0)+\overline{N}(\rho, f=1)+\overline{N}(\rho, f=\infty)]$$
$$+900+24\overset{+}{\log}\frac{\rho}{\rho-r}+6\overset{+}{\log}\frac{1}{|Rf'(0)|}+12\overset{+}{\log}|f(0)|,$$

$$(II)\qquad T(r, f)\left(1-\frac{3}{k}\right)<6\left(1-\frac{1}{k}\right)[N(\rho)-N^{(k)}(\rho)]$$
$$+900+24\overset{+}{\log}\frac{\rho}{\rho-r}+6\overset{+}{\log}\frac{1}{|Rf'(0)|}+24\overset{+}{\log}|f(0)|,$$

$$N(\rho)=N(\rho, f=0)+N(\rho, f=1)+N(\rho, f=\infty),$$
$$N^{(k)}(\rho)=N^{(k)}(\rho, f=0)+N^{(k)}(\rho, f=1)+N^{(k)}(\rho, f=\infty).$$

Du théorème B on déduit que tous les théorèmes du genre de celui de Schottky, énoncés dans un Mémoire ([1]) récent de M. Milloux, peuvent être améliorés d'une manière analogue.

En utilisant les théorèmes B et en appliquant la méthode de MM. Milloux et Rauch, on peut énoncer des théorèmes qui sont plus précis que les formes originales obtenues par ces savants ([2]).

Il est facile de voir que le théorème A fournira des compléments au théorème de M. Milloux relatif au nombre des racines de l'équation $f(z) = a$ dans une certaine couronne.

Alors on voit que *tous les théorèmes relatifs aux cercles de remplissage et aux directions de Borel des fonctions méromorphes sont encore vrais si l'on supprime entièrement la multiplicité de tous les points multiples ou si l'on supprime entièrement tous les points multiples dont la multiplicité dépasse* 3.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la variation de l'argument et la distribution des zéros d'une certaine classe de fonctions analytiques.* Note de M. **Albert Pfluger**, présentée par M. Paul Montel.

Considérons dans l'angle $\alpha < \arg z < \beta$ une fonction régulière et de type moyen d'ordre ρ qui satisfait à la condition suivante : désignant par $h(\varphi)$ l'indicateur de croissance de $f(z)$, on a, quelque petit que soit $\varepsilon > 0$,

$$\left|\log|f(re^{i\varphi})| - h(\varphi)r^{\rho}\right| < \varepsilon r^{\rho} \qquad (\alpha < \varphi < \beta)$$

dans tout l'intervalle $0 < r < \infty$, excepté au plus un ensemble de mesure linéaire nulle. Cette classe de fonctions, ayant une croissance asymptotique régulière par rapport au module, présente une régularité analogue par rapport à la variation de l'argument et à la distribution des zéros.

Pour le montrer, nous partons du lemme suivant de M. L. Cartwright ([1]) : *Si la fonction $f(z)$ est régulière dans le cercle $|z| < R$ et y satisfait aux conditions* $\log|f(z)| < A$, $\log|f(0)| > -A$, *on a*

$$\left|\int d\{\arg f(z)\}\right| < H(k)A,$$

si l'on intègre suivant une courbe simple de Jordan, qui joint dans le

---

([1]) *Ann. École Norm.*, 54, 1937, p. 151-229.

([2]) *Acta Math.*, 52, 1928, p. 207; *Journ. de Math.*, 9e série, 12, 1933, p. 133.

([1]) *Quart. J. of Math.* (Oxford Series), 1, 1930, p. 44-46.

cercle $|z| \leq kR < R$ *deux points quelconques de sa périphérie.* Appliquant ce lemme à la fonction $f(z)e^{-h(\varphi)z^\rho}$ dans une suite de cercles dans l'angle $|\arg z - \varphi| < \eta$, il en résulte :

Théorème 1. — *Pour chaque direction* φ *pour laquelle* $h(\varphi)$ *est dérivable au sens strict, on a*

$$\lim_{r \to \infty} \frac{\arg f(r e^{i\varphi})}{r^\rho} = -\frac{1}{\rho} h'(\varphi),$$

$\arg f(re^{i\varphi})$ *étant l'une quelconque des fonctions obtenues par prolongement continu de* $\arg f(z)$ *dans le voisinage de la demi-droite* $\arg z = \varphi$. Par une application approfondie du lemme précédent et des propriétés de l'indicateur $h(\varphi)$, nous obtenons :

Théorème 2. — *Quel que soit le prolongement continu dans le voisinage de l'arc* $|z| = r$, $\alpha < \varphi_1 \leq \arg z \leq \varphi_2 < \beta$, *on a*

$$\lim_{r \to \infty} r^{-\rho} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\{\arg f(re^{i\theta})\} = \rho \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} h(\theta)\, d\theta.$$

En liaison avec la formule

$$n(r, \varphi_1, \varphi_2) = \arg f(re^{i\varphi_1}) - \arg f(re^{i\varphi_2}) + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d \arg f(re^{i\theta}),$$

où $n(r, \varphi_1, \varphi_2)$ désigne le nombre des zéros dans le secteur $0 \leq |z| \leq r$, $\varphi_1 \leq \arg z \leq \varphi_2$, ces deux résultats donnent :

Théorème 3. — *Soient* φ_1 *et* φ_2 *deux directions dans l'angle* $\alpha < \arg z < \beta$, *pour lesquelles* $h(\varphi)$ *est dérivable au sens strict. Alors*

$$(1) \qquad 2\pi \lim_{r \to \infty} \frac{n(r, \varphi_1, \varphi_2)}{r^\rho} = \rho \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} h(\theta)\, d\theta + \frac{1}{\rho}[h'(\varphi_2) - h'(\varphi_1)].$$

La formule (1) présente une interprétation géométrique simple. Considérons, à cet effet, l'enveloppe des droites

$$x \cos\rho\varphi + y \sin\rho\varphi - h(\varphi) = 0 \qquad (\varphi_1 < \varphi < \varphi_2),$$

et désignons la longueur de cet arc de courbe par $\mathcal{L}(\varphi_1, \varphi_2)$. Alors on trouve

$$\mathcal{L}(\varphi_1, \varphi_2) = 2\pi \lim_{r \to \infty} \frac{n(r, \varphi_1, \varphi_2)}{r^\rho}.$$

Ces propositions sont des réciproques de celles d'une Note récente [2].

---

[2] A. Pfluger, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 889-890.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *De l'influence de la pression sur la résistance au mouvement dans l'air pour les très faibles valeurs du nombre de Reynolds.* Note de M. **Jean Luneau**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai exposé (¹) les résultats d'expériences sur la résistance du mouvement de plans et de cylindres dans l'air, en fonction de la pression, pour des valeurs du nombre de Reynolds comprises entre 50 et 15000. Il m'a paru intéressant de prolonger ces expériences par des mesures effectuées dans l'air aux très faibles nombres de Reynolds. Des recherches du même genre ont été effectuées par Ladenburg, Liebter, Schiller, Schmiedel (²), mais, pour obtenir de très petits nombres de Reynolds, ils étaient amenés à employer des liquides très visqueux et des obstacles de dimensions très petites, la faible valeur de la viscosité de l'air rendant en effet difficile la réalisation avec ce fluide de nombres de Reynolds inférieurs à 50.

Je suis parvenu à atteindre, dans l'air, des nombres de Reynolds (N) compris entre 0,3 et 50, d'une part en réalisant de très faibles vitesses de déplacement grâce à l'utilisation d'un pendule de torsion à très longue période (T = 50 sec), d'autre part en augmentant la viscosité cinématique de l'air par abaissement de la pression.

Le pendule de torsion, qui porte les obstacles à essayer, est suspendu à l'intérieur d'un grand réservoir métallique étanche, dans lequel on peut raréfier l'air. On observe l'amortissement du pendule, dû à la résistance opposée par le fluide au mouvement des obstacles. Ces obstacles (plaques rectangulaires et cylindres circulaires) se déplacent entre deux parois parallèles, avec le minimum de jeu; on se rapproche ainsi le plus possible des conditions de l'allongement infini.

Le tableau ci-contre résume les résultats obtenus pour les nombres de Reynolds compris entre 0,3 et 100. Comme dans la Note précédente, nous avons posé

$$a = \frac{R}{p} : \frac{R_0}{p_0},$$

R étant la résistance sous la pression p, et R_0 la résistance sous la pression atmosphérique normale p_0.

(¹) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1234.

(²) Voir *Handbuch der Experimental Physik, Hydro und Aerodynamik*, 2 Teils, p. 351, 356, 361.

Mesures relatives à une plaque plane rectangulaire de 50 × 400^{mm}.

Amplitudes du mouvement (en cm).		Pressions 1 atm.	1/2 atm.	1/3 atm.	1/5 atm.	1/10 atm.	1/20 atm.
50.	N.....	100	50	33,3	20	10	5
	a......	1,0	1,16	1,30	1,51	1,70	2,07
40.	N.....	80	40	26,6	16	8	4
	a......	1,0	1,16	1,31	1,52	1,76	2,25
30.	N.....	60	30	20	12	6	3
	a......	1,0	1,18	1,32	1,53	1,90	2,54
20.	N.....	40	20	13,3	8	4	2
	a......	1,0	1,19	1,36	1,58	2,22	2,94
15.	N.....	30	15	10	6	3	1,5
	a......	1,0	1,22	1,42	1,66	2,45	3,57
10.	N.....	20	10	6,66	4	2	1
	a......	1,0	1,36	1,65	2,05	3,07	4,48
5.	N.....	10	5	3,33	2	1	0,5
	a......	1,0	1,52	1,88	2,61	4,10	7,61

Ce tableau conduit aux conclusions suivantes :

1° A mesure que la pression et l'amplitude diminuent, la valeur du coefficient *a* croît. Il tend à devenir inversement proportionnel au nombre de Reynolds.

2° La résistance au mouvement tend à devenir proportionnelle à l'amplitude.

Ces faits paraissent indiquer que l'écoulement du fluide autour de l'obstacle passe graduellement du régime tourbillonnaire au régime laminaire; l'étude du mouvement du fluide au moyen du fil chaud donne d'ailleurs aux plus faibles valeurs du nombre de Reynolds atteintes, des courbes qui ne présentent plus aucun ressaut, montrant ainsi la disparition des tourbillons.

Les calculs de Boussinesq (³) (Lunnon, *Proceedings of R. S.*, 1926 et 1928) donnent, pour un obstacle animé d'un mouvement varié, aux très faibles nombres de Reynolds, une résistance que l'on peut, en première approximation, mettre sous la forme

$$\frac{R}{\rho} = \frac{C_1}{N} V^2 + C_2 \frac{dv}{dt},$$

(³) *Théorie de la chaleur.*

relation où ρ est la densité du fluide, V la vitesse relative, C_1 et C_2 deux constantes.

Nos résultats expérimentaux s'accordent bien avec cette formule théorique.

C'est probablement à une évolution du même genre dans le régime d'écoulement, que l'on doit attribuer les faibles variations de la valeur du coefficient a, pour les nombres de Reynolds compris entre 50 et 15000, que j'avais signalées dans ma Note précédente. J'avais cru pouvoir expliquer ces variations en les attribuant aux écarts présentés par l'air à la loi de Mariotte; mais, comme me l'a fait remarquer M. A. Foch, ces écarts ne suffisent pas à expliquer quantitativement l'effet observé.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les équations aux valeurs probables d'un fluide turbulent.* Note de MM. **Georges Dedebant** et **Philippe Wehrle**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'hydrodynamique classique des fluides visqueux et conducteurs ne s'applique pas aux fluides réels qui présentent toujours un certain degré de turbulence. Or les équations de l'Hydrodynamique se déduisent de la théorie cinétique des gaz, en admettant que la fonction vitesse moyenne des molécules est continue et dérivable dans l'espace, ce qui est contradictoire avec l'état turbulent.

Nous avons repris le problème à sa base, en demeurant dans le cadre des grands principes de conservation, mais en utilisant, pour le champ de vitesse, un schéma *aléatoire* mieux approprié que la liaison fonctionnelle et légitimé par l'expérience (enregistrements fins, transposition à grande échelle des expériences sur le mouvement brownien). Nous avons traité d'abord le problème le plus simple, où, entre l'échelle moléculaire et celle du mouvement d'ensemble, ne s'intercale qu'un seul *étage de perturbations* ainsi défini théoriquement : si en un point on note les valeurs successives d'une des composantes de la vitesse des molécules qui y passent, les nombres obtenus forment une *série statistique*, mais dont l'allure capricieuse peut dissimuler des organisations que l'analyse périodale permet de révéler sous forme de *pseudo-périodes*, d'ailleurs décelables expérimentalement.

Le mouvement et l'état du fluide étant supposés permanents en moyenne, nous substituons au calcul riemanien de la moyenne d'un élé-

ment ξ $\left(\bar{\xi} = \frac{1}{t_1 - t_0}\int_{t_0}^{t_1} \xi\, dt,\ \text{pour}\ t_1 \rightarrow \infty\right)$ celui de Lebesgue, qui élimine toute idée de succession chronologique et permet de dériver sous le signe $\int$ les fonctions de distribution en un point jouissant des propriétés de continuité et de dérivabilité retirées aux variables physiques :

$$\bar{\xi} = \int \xi F(\xi/P)\, d\xi,$$

où $F(\xi/P)$ est la fonction de distribution de l'élément ξ au point P, et où le domaine d'intégration est l'espace de phase des possibilités en P de l'élément ξ. A l'échelle de l'étage de perturbations considéré, le mouvement et l'état du fluide sont déterminés par cinq variables aléatoires (u, v, w, vitesse; ρ, densité; θ, température); la pression moléculaire p est supposée vérifier l'équation des gaz parfaits $p = R\theta\rho$. Nous définissons le mouvement et l'état moyen du fluide par la condition $\rho_0 = \bar{\rho}$, $\rho_0 u_0 = \overline{\rho u}$ (de même pour v et w) et $\rho_0 \theta_0 = \overline{\rho\theta}$, d'où il résulte que l'équation des gaz parfaits est vérifiée pour la valeur probable de l'état. a étant une quantité aléatoire quelconque fonction des variables fondamentales, on forme l'équation générale du bilan des variations (dans un volume fluide limité par une surface géométrique) de $\overline{\rho a}$, provoquées par le mouvement d'ensemble, le changement de volume du fluide, les échanges convectifs dus au mouvement d'agitation (u'', v'', w''), les *sources* et les *puits :*

$$\frac{d_0}{dt}(\overline{\rho a}) + \overline{\rho a}\, \mathrm{S} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \mathrm{S} \frac{\partial}{\partial x}\, \overline{a\rho u''} = \overline{D(a)}.$$

Chaque fois que l'on sait évaluer l'influence de ceux-ci, on obtient une équation utilisable. Il en est ainsi lorsque la grandeur ρa est successivement la masse, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique.

Pour la définition choisie du mouvement et de l'état d'ensemble, les équations aux valeurs probables gardent la *forme* classique, *sous réserve de transposer le sens physique* des variables :

1° L'équation de continuité est identique.

2° Les équations du mouvement gardent la forme classique

$$\frac{d_0 u_0}{dt} = X + \frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial T xx}{\partial x} + \frac{\partial T xy}{\partial y} + \frac{\partial T xz}{\partial z}\right),$$

où X est la composante de la force extérieure et où, dans le tenseur T, les

tensions créées par l'étage de perturbations s'ajoutent aux valeurs probables des tensions moléculaires.

3° L'équation d'énergie, après simplifications, ne contient plus que les énergies de l'étage de perturbations

$$\mathbf{S}\frac{\partial}{\partial x}\,\frac{1}{2}\overline{\rho u'' c''^2} = -\rho_0 k_0 \frac{d_0 S_0}{dt} + \mathbf{SS}\frac{\partial u_0}{\partial x}T''_{xx}.$$

Elle revêt une forme analogue au second principe de la Thermodynamique (sous la forme de Clausius), la quantité de chaleur dégagée étant remplacée par le bilan de l'énergie d'agitation qui entre ou sort d'une surface fermée; l'entropie, par une expression S_0 analogue à l'entropie d'un gaz monoatomique, le module K_0 de la distribution des vitesses d'agitation jouant le rôle de la température, et l'énergie dissipée (exprimée en fonction du tenseur T'' de viscosité apparente) étant l'énergie du mouvement d'ensemble qui se transforme en énergie turbulente.

L'expression du travail non compensé à l'échelle de l'étage de perturbations s'ensuit immédiatement, ainsi que l'extension au cas de plusieurs étages de perturbations ou d'un *spectre* continu de turbulence.

Ces équations aux valeurs probables (qui contiennent, comme cas particulier, celles que Reynolds a établies pour le mouvement des seuls fluides incompressibles, d'aillleurs par une méthode toute différente et très contestable puisqu'elle suppose les vitesses continues et dérivables) constituent, pour le régime permanent, une *Mécanique*, *invariante par rapport à l'échelle*, *des fluides réels*, *c'est-à-dire turbulents*, *compressibles ou non*, généralisation de l'Hydrodynamique classique des fluides visqueux par introduction de l'énergie turbulente, tout à fait analogue à la généralisation de la Mécanique rationnelle par introduction de l'énergie calorifique (Duhem). Il reste à y expliciter les fonctions de distribution, ce qui nécessite d'introduire la *connexion* du champ.

MOTEURS A EXPLOSION. — *Sur le calcul des températures et pressions maxima instantanées dans les moteurs à explosion*. Note de M. **Lucien Reingold**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les moteurs dits à explosion sont des moteurs à combustion déflagrante et à mélange préalable. L'étude systématique de la combustion dans ces moteurs revient essentiellement au calcul d'une température de combustion

à volume constant, dont les conditions générales de réalisation, pour un moteur fonctionnant sous une pression d'alimentation et avec un combustible donnés, sont :

a. La proportion du mélange air-combustible mis en jeu (mélange pauvre ou mélange riche);

b. La fraction θ_C de combustible dont l'énergie est effectivement intervenue dans les réactions d'oxydation de la combustion proprement dite;

c. La fraction θ_A de l'air de combustion effectivement utilisée pour ces réactions de combustion.

Les calculs classiques ne permettent pas de résoudre le problème, qui nécessite de satisfaire simultanément une équation énergétique très complexe et un ensemble d'équations d'équilibre peu maniables.

Il est possible, par contre, de donner une solution générale du problème et de simplifier notablement l'équation énergétique et les équations d'équilibres résultant des dissociations en étudiant l'influence de ces dernières à partir de la *combustion fictive* ou combustion limite, qui serait réalisée si les dissociations n'intervenaient pas. L'objet de la présente Note est l'exposé d'une méthode de calcul systématique de cette combustion limite rapportée à *une molécule* de gaz de combustion.

Le combustible est caractérisé par 1° sa densité, 2° son pouvoir calorifique supérieur à volume constant, 3° sa composition élémentaire, 4° son poids moléculaire moyen.

Ces données expérimentales permettent : *a*. de déterminer la formule moléculaire élémentaire $C^n H^m$ de ce combustible; *b*. de calculer sa chaleur de combustion moléculaire (compte tenu de sa chaleur de formation) $= Q_M$; *c*. de calculer les pourcentages respectifs a_{CO^2} de CO^2 et a_{H^2O} de vapeur d'eau pour *une molécule* de gaz de combustion résultant de la combustion parfaite en mélange théorique du combustible étudié.

Ces données secondaires simples étant connues, la méthode de calcul proposée permet de déterminer automatiquement, par un calcul arithmétique élémentaire, la composition d'une molécule de gaz de combustion résultant d'une combustion limite quelconque, parfaite ou imparfaite, en mélange homogène :

Soit un mélange préalable d'une molécule de combustible et de kA molécules de comburant (A = nombres de molécules de N^2 et de O^2 de l'air de combustion théorique, $k > 1$ pour les mélanges pauvres, $k < 1$ pour les mélanges riches). La combustion a lieu pour les fractions effectives précédemment définies θ_c de combustible et θ_A d'air. La composition de la molé-

cule de gaz de combustion, pour la combustion limite considérée, est

μa_{CO^2} molécule de CO^2 et de CO (dont k_{CO^2} de CO) (¹),
μa_{H^2O} molécule de H^2O et de H^2 (dont k_{H^2O} de H^2) (¹),
$1-\mu a$ molécule de N^2, O^2 et combustible inefficace,

où

$$\mu = 1 : \left[1 + \frac{5}{4}(1-a)\left(\mathcal{K} + k\frac{1-\theta_A}{\theta_c}\right)\right], \qquad \text{avec} \quad a = a_{CO^2} + a_{H^2O}.$$

Signification physique de μ. — Soit $\mathfrak{M}$ le nombre de molécules de gaz de combustion de la combustion théorique : $\mathfrak{M}'$ est le nombre de molécules de gaz de combustion de la combustion étudiée.

$\mathfrak{M}$ et $\mathfrak{M}'$ correspondent tous deux à la combustion d'une molécule de combustible. Dans ces conditions $\mu = \mathfrak{M} : \mathfrak{M}'$.

a. Combustion en mélange riche $[k(\theta_A/\theta_C) < 1]$,

$$\mathcal{K} = -\frac{4}{5}\left(1 - k\frac{\theta_A}{\theta_C}\right) \qquad \text{avec la condition} \quad |\mathcal{K}| > k\frac{1-\theta_A}{\theta_C}.$$

b. Combustion en mélange pauvre $[k(\theta_A/\theta_C) > 1]$,

$$\mathcal{K} = k\frac{\theta_A}{\theta_C} - 1.$$

Un calcul auxiliaire rapide permet de déterminer, dans chaque cas ci-dessus, les valeurs respectives des quantités de μa_{N^2} de N^2, μa_{O^2} de O^2 et μa_i de combustible inefficace, par molécule de gaz de combustion.

On doit vérifier, tous calculs terminés, que $1 - \mu a = \mu(a_{N^2} + a_{O^2} + a_i)$.

L'exposé complet justificatif de cette méthode de calcul dont nous avons indiqué succinctement les résultats essentiels fera l'objet d'un Mémoire détaillé dans un autre périodique.

L'application de ces résultats au calcul d'une température de combustion permet d'obtenir une équation énergétique notablement simplifiée.

CHALEUR. — *Répartition de la chaleur entre deux corps frottants.* Note de M. **Fernand Charron**, présentée par M. Marcel Brillouin.

1. Le partage de la chaleur entre deux corps frottants peut être étudié expérimentalement de la manière suivante :

Un petit arbre vertical entraîné par un moteur électrique sert de support

(¹) Dans le cas de la combustion avec excès d'air, $k_{CO^2} = k_{H^2O} = 0$.

tournant à des disques de substances diverses contre lesquels on appuie d'autres disques maintenus immobiles. Les deux disques en contact frottent par l'intermédiaire d'une section droite bien plane. Au bout de quelques instants, ils sont projetés dans deux calorimètres, et les quantités de chaleur développées sur chacun d'eux sont ainsi mesurées.

2. L'interprétation des résultats est possible, à partir des équations de conductibilité thermique. Les deux corps A et B frottent suivant une surface plane AB, laquelle doit être considérée comme une source de chaleur infiniment plate, analogue au chauffoir que M. Vernotte considérait dans le problème du double mur (¹).

Provisoirement, nous supposons que les températures des deux faces en contact sont égales. C'est une condition reconnue comme formellement exacte lorsque les deux corps sont au repos : nous verrons s'il y a lieu de la tenir encore pour telle lorsque le contact a lieu pendant le mouvement.

De toute manière, poursuivons les conséquences de cette hypothèse. La chaleur dégagée sur AB ne tend pas à passer de l'une des surfaces sur l'autre, puisqu'elles sont à la même température, mais la chaleur dégagée sur l'une et sur l'autre s'enfonce dans chacun des corps, suivant une loi que la théorie de la conductibilité thermique peut faire prévoir.

Considérons le frottement comme une source d'énergie cinétique moléculaire, localisée sur la surface de contact AB, et qui imposerait le long de cette surface une température, variable avec le temps, la même sur les deux corps. Quelle serait alors la valeur du flux de chaleur s'écoulant à partir de AB vers A et vers B ?

Écrivons l'équation générale de la conductibilité dans le problème du mur, en régime non permanent,

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2},$$

dans laquelle t est la température considérée comme fonction de l'abscisse x et du temps τ. La constante a^2 est égale à $k/c\rho$ (k coefficient de conductibilité, c chaleur spécifique, ρ densité).

Le changement de variable $\xi = x/a$ transforme cette équation en la nouvelle

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2},$$

(¹) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1286.

la même pour tous les corps, dans laquelle les propriétés du mur n'interviennent plus, si les conditions aux limites ne contiennent pas elles-mêmes la constante a.

Considérons les deux murs accolés A et B d'épaisseur infinie, dont la température initiale est la même et uniforme dans chacun d'eux. Dans la suite, la température considérée comme fonction de τ et de ξ aura la même valeur à droite et à gauche

$$t = f(\tau, \xi),$$

ou bien, en explicitant par rapport à ξ,

$$x = a\varphi(t, \tau),$$

la fonction φ étant la même, à droite et à gauche de la surface AB.

Le flux de chaleur qui pénètre dans les corps A et B est proportionnel à la conductibilité k et au gradient de température par rapport à x, lequel est en raison inverse a. En définitive, les flux à droite et à gauche sont proportionnels aux valeurs de l'expression

$$\frac{k}{a} = \sqrt{kc\rho}.$$

Les quantités de chaleur qui pénètrent dans les deux corps A et B sont elles-mêmes proportionnelles à cette expression tant que la face de sortie n'a pas encore été atteinte par le flux (en toute rigueur). Nous retrouvons ainsi d'une autre manière un résultat indiqué par M. Vernotte [1] dans la méthode du double mur.

Cette répartition pourrait s'appeler la répartition *normale* de la chaleur, elle est la conséquence logique de l'égalité des températures sur les deux faces A et B.

Inversement, si l'on constate des répartitions de chaleur différentes de cette loi, et que nous appellerions *anormales*, pour abréger, nous pourrions penser que l'égalité des températures superficielles n'existe pas.

Or il nous semble bien avoir observé, dans cette première série d'expériences, des répartitions de chaleur très différentes de cette loi du partage normal. Tel est le cas du frottement entre cuivre et fer, ou bien entre cuivre ou bronze, d'une part, et certains charbons, d'autre part.

Précisément cette répartition anormale doit provenir d'une inégalité dans les températures superficielles des deux corps A et B. Bien que les températures vraiment superficielles soient très difficilement accessibles,

cette inégalité paraît tout à fait probable et même assez facile à mettre en évidence.

Ce résultat, à première vue paradoxal, est parfaitement admissible. Les températures des deux faces sont déterminées par les énergies vibratoires des molécules autour de leur position moyenne d'équilibre. Or rien ne permet de nier la possibilité d'entretien d'énergies vibratoires superficielles inégales par le phénomène de frottement.

La très grande inégalité de répartition des énergies vibratoires entre une corde de violon et l'archet qui la frotte est un phénomène du même genre à une autre échelle.

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination du rapport de l'ohm international à l'ohm absolu.* Note [1] de MM. **Raymond Jouaust**, **Marcel Picard** et **René Hérou**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons effectué une nouvelle détermination du rapport entre l'ohm international, tel qu'il a été défini par le Congrès international des Électriciens à Chicago en 1893, et l'ohm absolu, égal à 10^9 unités électromagnétiques C. G. S. de résistance.

Nous avons employé une méthode imaginée par l'un de nous [2] et dont le principe est le suivant.

Si dans un certain réseau de conducteurs contenant des inductances mutuelles, des self-inductances et des résistances, le courant est nul dans une certaine branche du réseau, il doit exister entre quatre des grandeurs du réseau (une inductance mutuelle, une self-inductance et deux résistances) la relation

$$ML\omega^2 = R_1 R_2,$$

ω étant la pulsation du courant alternatif qui alimente le réseau. Si l'on connaît les valeurs absolues de M et de L, c'est-à-dire si on les a mesurées en fonction d'un étalon d'inductance calculé à partir de ses dimensions géométriques et si l'on connaît la fréquence du courant alternatif utilisé, il est possible d'évaluer la valeur du produit $R_1 R_2$ dans le système ayant pour étalon de résistance l'ohm absolu. Des mesures directes en fonction des étalons de l'ohm international permettent d'évaluer ce produit dans le

(1) Séance du 30 mai 1938.

(2) M. Picard, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 125.

système ayant pour unité l'ohm international. Le quotient des valeurs de ce produit dans les deux systèmes fournit donc le carré du rapport cherché.

Pour la mise en œuvre de ce procédé nous avons été amenés à construire un étalon de self-inductance constitué par une bobine de quartz d'environ $9^{cm},5$ de diamètre, 76^{cm} de longueur et portant un enroulement constitué par une couche de 1272 spires de cuivre nu.

Des détails sur la mesure des dimensions géométriques, le calcul de l'inductance et l'exécution des mesures électriques seront donnés ailleurs. Le résultat est le suivant :

Nous avons obtenu pour le rapport de l'ohm international à l'ohm absolu la valeur 1,00052.

Lors de la dernière réunion du Comité international des Poids et Mesures en juin 1937, deux Laboratoires considérant leurs travaux comme terminés avaient indiqué les valeurs suivantes :

National Bureau of Standards (États-Unis)........................	1,00045
National Physical Laboratory (Angleterre) Méthode de Lorenz.....	1,00050
» Campbell...	1,00050
Enfin une ancienne mesure effectuée à la *Physikalisch-Technische Reichsanstalt* (Allemagne) conduisait à la valeur................	1,00048

ÉLECTRICITÉ. — *Un phénomène nouveau dans le fonctionnement de la cellule photoélectrique en haute fréquence.* Note de (1) M. **Pierre Grivet**, présentée par M. Aimé Cotton.

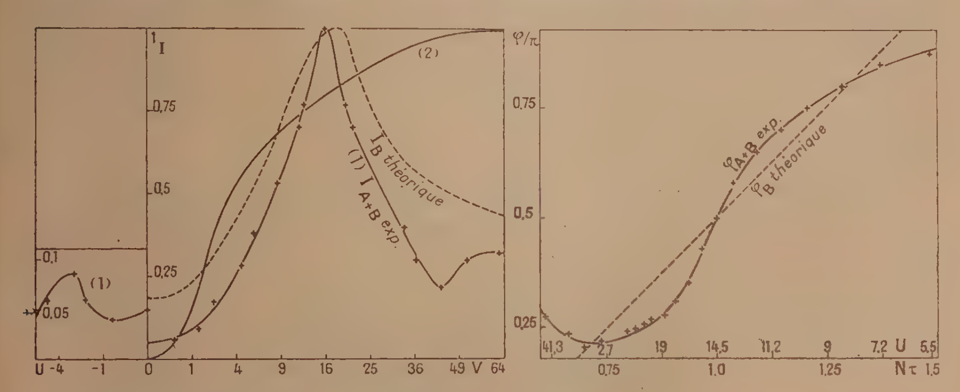
1. Une cellule vide au cæsium reçoit de la lumière modulée à haute fréquence (N = 13,5 mégacycles) et produit un courant dont j'ai étudié la composante alternative fondamentale. J'ai cherché comment l'intensité variait en fonction du potentiel d'accélération U de la cellule; les résultats sont traduits par la courbe 1, qui, avec ses maxima accentués présente une forme tout à fait différente de celle qu'on pourrait attendre d'après la caractéristique en lumière continue (courbe 2). J'ai mesuré aussi la phase du courant : elle varie avec une rapidité inattendue quand U passe par les valeurs qui donnent le maximum de l'intensité.

2. Je me suis servi d'un appareil dont j'ai déjà décrit (2) l'emploi pour

(1) Séance du 8 juin 1938.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1928, p. 339.

les mesures de phase et qui, perfectionné, donne φ à 15 minutes près. En éclairant une seule cellule, le même dispositif permet de mesurer les variations de l'intensité. Pour cela je prends les précautions suivantes :



l'amplification n'étant pas linéaire, pour chaque valeur de U, je ramène le courant de sortie à une valeur fixée en intercalant sur le faisceau lumineux des écrans absorbants; de leur coefficient de transmission je déduis l'intensité. La précision est de l'ordre de 5 pour 100.

3. Les phénomènes précédents sont très sensibles à la présence d'un aimant près de la cellule, ce qui conduit à penser qu'ils sont caractéristiques du passage du courant entre les électrodes.

La cathode est une sphère (d 5^{cm},5), l'anode située dans un plan diamétral, est formée d'un fil fin (d 0^{cm},1) recourbé en U. Cette électrode est un mauvais collecteur pour les électrons qu'on peut ranger en deux classes : ceux qui sont captés par l'anode (classe A) et ceux qui reviennent sur la cathode sans avoir atteint l'anode (classe B). En lumière continue, l'effet des électrons de classe B est naturellement nul, puisque le nombre de ceux qui s'approchent de l'anode (cl. B') est égal au nombre de ceux qui s'en éloignent (cl. B''). En lumière modulée, au contraire, les électrons, des classes B' et B'' émis à des moments différents sont en nombre inégal; et, par influence, les électrons de classe B créent dans le circuit extérieur un courant qui s'ajoute au courant A normal et dont l'existence permet d'expliquer les particularités des courbes expérimentales.

Le courant B est égal [3] à la somme $I = (1/U)\Sigma e.\vec{v}.\vec{E}$, étendue à

[3] C. J. Bakker et G. de Vriès, *Physica*, 1, 1934, p. 1045; V. E. Benham, *Wireless Engineer*, 13, 1936, p. 406.

tous les électrons B situés entre les électrodes à l'instant t, $\vec{v}$ étant leur vitesse, $\vec{E}$ le champ. La partie variable du flux lumineux extrait dans le temps dt un nombre $I_0(U)\sin 2\pi N t\, dt$ d'électrons B. En prenant pour variable le temps de parcours θ des particules depuis la cathode, il vient $I = (I_0/U)\int_0^{\tau} \sin(2\pi N t - \theta)\vec{v}(\theta)\vec{E}(\theta)\,d\theta$, si l'on attribue à tous les électrons une même vitesse initiale moyenne, donc le même temps de séjour τ entre les électrodes.

Pour l'intensité, j'ai étudié seulement le cas simple où des électrons oscillent suivant une loi sinusoïdale entre deux plaques parallèles; on obtient $|I| = I_0(U)[\sin \pi N\tau/(1 - N^2\tau^2)]$.

Pour la phase j'ai obtenu une approximation meilleure en assimilant le champ réel à un champ à symétrie cylindrique; alors

$$\vec{v}(\tau - \theta)\vec{E}(\tau - \theta) = -\vec{v}(\theta)\vec{E}(\theta),$$

$$= 2\left(\frac{I_0}{U}\right)\cos 2\pi N\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\int_0^{\frac{\tau}{2}} \sin 2\pi N\left(\frac{\tau}{2} - \theta\right)\vec{v}(\theta)\vec{E}(\theta)\,d\theta, \qquad \varphi = \pi\left(N\tau - \frac{1}{2}\right).$$

J'ai calculé τ en exprimant ce champ par une formule en $a/r^2 - b/r^3$, ce qui permet d'utiliser les relations établies pour la marche des planètes; les coefficients a et b sont choisis pour donner la représentation la plus exacte dans les régions voisines de la cathode où les particules restent le plus longtemps. Les conditions initiales moyennes ont été évaluées d'après Ives et Fry (1) : 45° pour l'angle d'émission et 0v,46 pour l'énergie, soit la moitié du maximum possible, qui est fixé par les valeurs du seuil de la cellule (1μ,4) et de la longueur d'onde de la lumière (rouge du néon : 0μ,7).

4. Pour l'intensité la courbe théorique est tracée en prenant pour $I_0(U)$ une valeur constante. La représentation ainsi obtenue pour le courant total n'est naturellement valable que dans les régions où le courant B est prépondérant. C'est le cas pour le premier maximum expérimental, dont on trouve correctement la position : $U_{\text{calculé}}$ 19 volts; $U_{\text{mesuré}}$ 16 volts. Pour le deuxième, la méthode de moyenne devient trop imprécise pour qu'on puisse chercher une vérification; il faudrait de plus connaître la différence de potentiel de Volta. Le calcul de τ montre seulement pourquoi l'on n'observe pas un plus grand nombre des maxima prévus : lorsque U est nul les temps de séjour restent petits à cause des vitesses initiales des électrons et même avec une tension retardatrice on ne dépasse pas la valeur 2,5 pour $N\tau$.

(1) *Astrophysical Journal*, 56, 1922, p. 1.

Pour la phase, la droite théorique donne une approximation satisfaisante dans les mêmes limites. Cependant, aux environs de $N\tau = 1$, la courbe expérimentale a une pente sensiblement supérieure à la valeur prévue. Cet écart ne peut pas être dû au courant A, dont la phase varie beaucoup plus lentement, mais on peut l'attribuer à l'action d'électrons dont les trajectoires entoureraient l'anode une fois et demie ou plus.

ÉLECTROCHIMIE. — *Recherches sur les réactions à l'électrode positive de l'accumulateur au plomb.* Note [1] de M. **Victor Sinn**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons repris le problème de la détermination de l'acide sulfurique consommé en décharge par la positive d'un accumulateur au plomb en l'opposant à une électrode à hydrogène suivant le schéma

$$PbO^2 \mid SO^4H^2 \text{ aq.} \mid \text{Pt platiné } H^2.$$

L'électrode à hydrogène était une toile de platine platinée disposée à la surface de l'électrolyte. Pour obtenir un débit suffisant de l'électrode nous avons opéré sous 25^{atm} de pression d'hydrogène.

La positive était constituée par du bioxyde de plomb pulvérulent (30^g) comprimé entre deux plaques de verre poreux; une spirale de plomb noyée dans la masse servait de conducteur. Mis en contact avec une solution d'acide sulfurique, le bioxyde utilisé n'en faisait pas varier le titre. La capacité, notable au début (due à PbO^2), devenait suffisante après cinq décharges.

L'électrolyte, introduit en quantité connue (80^{cm^3} d'acide, 0,80415 normal), circulait à l'aide d'une petite pompe à travers la masse active à raison de 4^{cm^3} par minute.

Un vase à électrodes de platine et un thermomètre à résistance placés dans le circuit du liquide permettaient de déterminer sa résistance et sa température.

Nous avons donc logé dans une bombe un accumulateur, une pompe avec son moteur, un vase conductimétrique et un thermomètre.

Ce dispositif nous a permis de déterminer dans de bonnes conditions la consommation d'acide en fonction de la quantité d'électricité produite

---

(1) Séance du 23 mai 1938.

(mesurée avec un coulomètre); grâce à un débit suffisant de l'accumulateur la durée d'une expérience était réduite à quelques heures; la circulation de l'électrolyte facilitait l'égalisation des différences de concentrations de l'acide entre l'intérieur et l'extérieur de la masse active; une fermeture convenable évitait l'évaporation de l'électrolyte.

La *consommation d'acide* à la décharge x (en équiv.-g) a été déduite de la concentration de la solution ($n = 1/V$ équiv.-g/litre), qu'on a suivie par des mesures de la résistance électrique R_t (en ohms à t^o) du vase conductimétrique; nous avons

$$R_t = (505,2\,V + 45,5)[1 - \alpha(t - 18)]$$

pour n..............	0,6	0,8
» α..............	0,01182	0,01196

puis

$$x = \frac{n_0 V_0 - \frac{n}{\rho} V_0 \rho_0}{1 - 31 \frac{n}{\rho}} \qquad \text{avec} \quad \rho = 0,031775\,n + 0,998905.$$

On a calculé x en supposant que la production de F coulombs fait disparaître 1 équiv.-gramme d'acide et fait apparaître 1 mol-g d'eau (théorie de la double sulfatation). Dans la formule précédente V_0 représente le volume primitif (en litres) d'acide introduit dans l'accumulateur, n_0 et n sa concentration primitive et sa concentration au temps θ (en équiv.-g/litre); ρ_0 et ρ sont les masses spécifiques correspondantes de la solution.

La consommation globale d'acide ainsi obtenue ne représente pas la consommation due à la seule production d'électricité; *une réaction secondaire* intervient, la réduction de la masse positive par l'hydrogène dissous dans l'électrolyte. Pour déterminer la correction correspondante nous avons suivi en fonction du temps la marche de la consommation d'acide pendant 2 à 3 heures avant la décharge (période préliminaire) et pendant 2 à 3 heures après la décharge (période finale). Les consommations correspondantes sont linéaires en fonction du temps.

La consommation totale d'acide due à la décharge pendant une expérience proprement dite, qui dure 8 heures, est déterminée à partir des concentrations de l'acide aux temps θ_1 et θ_2, situés dans les périodes préliminaire et finale. La correction devenue nécessaire à la suite de la réaction secondaire a été calculée comme étant la moyenne de la consommation d'acide par heure avant et après la décharge.

Voici les résultats fournis par trois expériences :

Quantité d'électricité débitée en coulombs $\times 10^4$.	Consommation d'acide globale en équiv.-gr. $\times 10^4$.	Correction en équiv.-gr. $\times 10^4$	Consommation d'acide corrigée en équiv.-gr. $\times 10^4$.	Consommation d'acide théorique selon double sulf. $\times 10^4$.	Différence en % avec théorie de la double sulf.
$136,9_6 \pm 0,03$	$143,1 \pm 0,5$	$-5,4 \pm 0,5$	$137,7 \pm 1$	$136,9_6 \pm 0,03$	$+0,6$
$135,9_6 \pm 0,03$	$141,9 \pm 0,5$	$-5,4 \pm 0,5$	$136,5 \pm 1$	$135,9_6 \pm 0,03$	$+0,4$
$166,3_0 \pm 0,03$	$171,3 \pm 0,5$	$-6,2 \pm 0,5$	$165,1 \pm 1$	$166,3_0 \pm 0,03$	$-0,7$

La consommation d'acide sulfurique par la positive de l'accumulateur au plomb concorde donc à moins de 1 pour 100 près avec celle prévue par la théorie de la double sulfatation de Gladstone et Hibbert.

CINÉMATOGRAPHIE DES COULEURS. — *Sur les conditions de la projection correcte des films gaufrés.* Note [1] de M. **Jacques de Lassus Saint-Geniès**, transmise par M. André Blondel.

Les films gaufrés ne peuvent se projeter avec les lanternes établies pour la projection des films lisses sans que l'on soit tenu de prendre certaines précautions. En juin 1934, M. Blondel a montré la nécessité de l'emploi à cet effet de deux lentilles auxiliaires encadrant à son proche contact un film gaufré mis en projection, et il a énoncé les conditions de leur établissement correct. J'ai remarqué que, même à ce prix, une certaine part du flux lumineux était distraite par le gaufrage lui-même, *toute autre cause de perte étant exceptée*, et qu'il se produisait une *dominante générale* du monochrome correspondant à la bande colorée *centrale* du filtre.

Il arrive, en effet, que tout faisceau lumineux issu de la surface radiante de la source [2] et frappant tout point de la face (gaufrée ou non) du film gaufré, ne se poursuit pas à l'émergence de ce film par un faisceau d'angle égal au faisceau incident, mais bien par un faisceau *épanoui* dans des conditions telles que l'ouverture de ce faisceau vaut *la somme des ouvertures du gaufrage et de la surface radiante de source* telle que vue du plan du film.

L'ouverture de l'objectif de projection étant normalement prise égale à celle du gaufrage, on comprend que la perte habituellement consentie soit loin d'être négligeable. Trois voies s'offrent alors, dont deux *à ouverture*

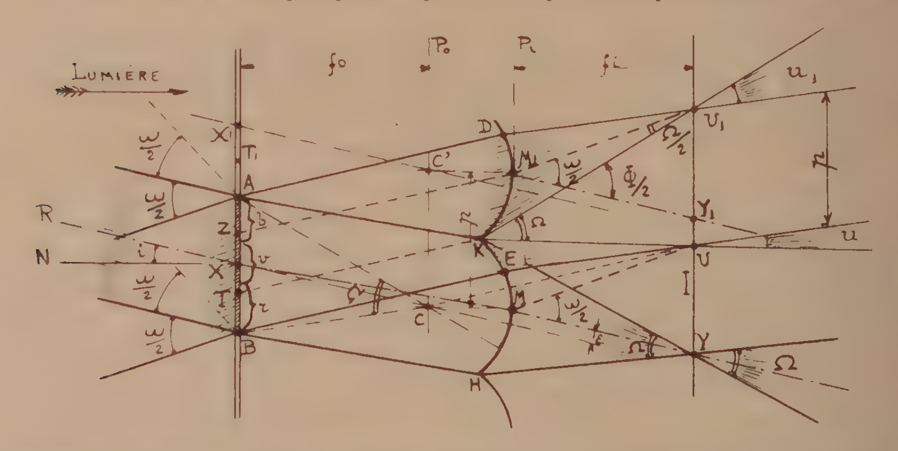
(1) Séance du 14 février 1938.

(2) Surface à partir de laquelle divergent vers le film les faisceaux lumineux de la lanterne.

donnée du gaufrage, pour remédier à cette perte et équilibrer les monochromes : 1° réduire l'ouverture de la surface radiante de source sans nouveau sacrifice sur le flux ([3]), c'est-à-dire établir une lanterne spéciale; 2° utiliser un objectif de projection utilement plus ouvert que le gaufrage, ce que permettent notamment les gaufrages aux pas de 1/30e à 1/36e de millimètre d'emploi usuel; 3° utiliser de plus grands pas de gaufrage, sans modifier la lanterne, autant que l'ouverture efficace des objectifs de projection le permet.

J'ai déjà publié tout ce qui concerne le processus découlant de cette troisième voie, avec filtre normal correspondant.

Dans la seconde voie j'ai pu récupérer une partie importante du faisceau



épanoui en élargissant dans son plan le filtre normal au moyen de filtres latéraux partiels, constitués de bandes colorées *de même largeur et dans le même ordre de distribution* que pour le filtre normal. C'est ainsi que j'ai projeté avec un objectif utilement ouvert à *f*/2,1 et Lanterne *Magnarc* du commerce, en réalisant un gain de lumière de 23,5 pour 100, des films au gaufrage de 1/36e de millimètre normalement projetables à *f*/3,6, le nouveau filtre complexe étant 1,7 fois plus large que le filtre normal.

Sous une exagération sensible des ouvertures et des inclinaisons des faisceaux, la figure ci-dessus, où le film est éclairé par sa face lisse, représente en ABHK une chambre élémentaire du film dont l'obliquité sur cette face portant les images élémentaires telles que AB (*bleu*, *vert*, *rouge*),

---

([3]) On suppose notamment que la perte due au débordement de l'image circulaire de source sur la fenêtre rectangulaire du couloir ne changerait pas.

dépend de l'éloignement de cette chambre relativement au centre du format d'image sur le film. L'angle i ne dépasse pas pratiquement 5°, les angles ω et Ω, 28°. Deux pinceaux, émanant respectivement du centre et d'un bord de la surface radiante de source, sont représentés à l'incidence sur l'image AB de cette chambre. Le premier pinceau est parallèle à la direction XC passant par le milieu d'image et par le centre de courbure du gaufrage. Le deuxième pinceau forme l'angle $\omega/2$ avec le premier, la surface radiante étant vue du film sous l'angle ω. M étant le sommet de la facette courbe de la chambre, on peut démontrer que le premier pinceau est réfracté dans le film en s'encadrant parallèlement à XM exactement entre es bords AK et BH de cette chambre. Transmis à l'émergence du film par la seule facette HK, ce pinceau réfracté se transforme en un faisceau-cône d'ouverture Ω convergeant en Y sensiblement dans le plan focal image I du gaufrage. Ce faisceau-cône embrasse exactement la pupille d'entrée de l'objectif de projection non représenté, dont l'ouverture relative est habituellement mesurée par le même angle Ω que l'ouverture du gaufrage. Mais ce premier pinceau est le seul pinceau incident qui bénéficie de ces conditions de propagation dans toute chambre du film. Pour tout autre pinceau il y a perte. On voit en effet que le second pinceau émerge par deux facettes gaufrées voisines. On comprend bien que ne sera transmise à l'écran de projection, par l'objectif d'ouverture Ω, que la fraction $\hat{u}$ du faisceau émergeant seule par la facette HK. L'autre fraction $\hat{u}_1$ mesure la perte affectant ce pinceau dont l'ouverture vaut encore $\hat{u} + \hat{u}_1 = \Omega$ très sensiblement. Le rayon KU_1 le plus dévié de ce faisceau émergent fait l'angle $\Phi/2$ avec la direction XC. Considérant le triangle $U_1M_1Y_1$, on a donc bien $\Phi/2 = \omega/2 + \Omega/2$. La perte $\hat{u}_1$ sur tout pinceau incident est alors mesurée par le rapport $\overline{TA}/\overline{AB}$, nul pour le premier pinceau parallèle à XC, et maximum pour le pinceau marginal. Dans l'intervalle de ces deux pinceaux, elle est visiblement fonction linéaire de la tangente du demi-angle d'incidence. Si l'on considère le faisceau ω entier incident en AB, le faisceau Φ émergent qui en provient admet MY pour bissectrice.

On donnera dans une autre publication plus ample les expressions du rendement en projection, et leur discussion dans les différents cas qui peuvent se présenter.

SPECTROSCOPIE. — *Méthode d'analyse quantitative de substances en solution par leur spectre d'absorption dans le domaine des radiations ultraviolettes.* Note de M. **Paul Gestreau**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous utilisons un spectrographe automatique dont la plaque photographique est entraînée par un moteur électrique synchrone qui fait varier simultanément l'épaisseur de la cuve contenant la solution à étudier. La longueur des noircissements correspondant à une radiation permet d'évaluer l'épaisseur de cuve amenant la disparition du noircissement. Afin d'obtenir des résultats comparables et d'utiliser la plaque photographique comme appareil de zéro, nous réalisons sur la plaque deux clichés, obtenus l'un avec la solution que l'on veut doser, l'autre avec une solution de concentration connue c de la substance étudiée.

Appelons d_0 la densité amenant la disparition du noircissement produit par une radiation. Elle représente, dans le premier cas, celle de la solution de concentration x sous l'épaisseur $e = kl$, l étant la longueur du noircissement de la radiation considérée. Dans le second, elle est égale à la densité d'une solution de concentration c sous l'épaisseur $e' = kl'$.

Les densités étant proportionnelles aux épaisseurs et aux concentrations, on peut écrire $xl = cl'$, d'où $x = cl'/l$. Le rapport des longueurs de noircissement permet donc de déterminer la concentration de la solution à doser.

Examinons à présent le cas plus complexe d'un mélange de deux substances A et B. Nous réalisons sur la même plaque 3 clichés :

l'un obtenu avec une solution du corps A, de concentration c;

l'autre obtenu avec une solution du corps B, de concentration c';

le troisième, avec une solution renfermant x pour 100 de A et y pour 100 de B.

Considérons une radiation λ et soient l, l', et l'' les longueurs des noircissements de cette radiation dans les clichés 1-2-3 correspondant à des épaisseurs e, e' et e''. La densité d_0 amenant la disparition du noircissement est égale dans les 3 clichés.

Dans le premier cliché, elle représente la densité d'une solution du corps A de concentration c, examiné sous l'épaisseur e.

La densité d'une solution A à 1 pour 100 sous l'épaisseur de 1^cm^ sera d_0/ec. Sous l'épaisseur e'' et la concentration x on aura une densité

$$\Delta x = \frac{d_0 e'' x}{ec}.$$

Le second cliché nous permet d'évaluer, en suivant un raisonnement identique, la densité Δy d'une solution de corps B de concentration y' et d'épaisseur e''

$$\Delta y = \frac{d_0 e'' y}{e' c'}.$$

La densité d_0 est atteinte dans le troisième cliché pour une épaisseur e'' d'une solution renfermant x pour 100 de A et y pour 100 de B. On peut écrire

$$d_0 = \frac{d_0 e'' x}{ec} + \frac{d_0 e'' y}{e' c'},$$

en divisant par $d_0 e''$, on a

$$\frac{1}{e''} = \frac{x}{ec} + \frac{y}{e' c'}.$$

Les épaisseurs étant proportionnelles aux longueurs de noircissement, on a finalement

$$\frac{1}{l''} = \frac{x}{lc} + \frac{y}{l' c'}.$$

On pourra donc établir cette équation en mesurant les longueurs l, l' et l'' de noircissement d'une même radiation.

En considérant deux radiations convenablement choisies où les deux substances possèdent des propriétés absorbantes aussi différentes que possible, on réalise un système de deux équations à deux inconnues que la mesure des longueurs de noircissement permet d'établir très facilement.

Il est ainsi possible de doser le mélange de deux substances dissoutes. On peut étendre la méthode à l'étude des mélanges plus complexes; il suffit de considérer autant de radiations qu'il y a de substances absorbantes à doser.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Propriétés d'un nouveau type de cellule photoémissive.* Note de MM. **Georges-Albert Boutry** et **Jean Gillod**, présentée par M. Charles Fabry.

L'un de nous [1] a décrit un type nouveau de cellule photoémissive, construit de façon à assurer des réponses proportionnelles aux flux lumineux reçus par la cellule, qui doit présenter une tension de saturation

---

[1] G.-A. Boutry, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 120.

très basse (de l'ordre de quelques volts) et un courant d'obscurité très réduit.

Cinq cellules de ce type, avec cathode formée par une couche mince de cæsium déposé sur argent, ont été construites et nous en avons fait l'étude expérimentale. Les flux lumineux étaient fournis par une lampe à ruban de tungstène pouvant être alimentée par un courant de 16 ampères sous 6 volts. En soignant particulièrement le circuit d'alimentation (accumulateurs de grande capacité, compensation soignée des pertes de charge, contrôle potentiométrique continuel), on est parvenu à maintenir constante à moins de 1/50000e près l'intensité du courant pendant la durée d'une série de mesures. On peut donc espérer avoir défini les flux lumineux utilisés à 1/10000e près.

M. Preston [2], M. Fleury [3] ont antérieurement indiqué des méthodes d'addition de flux lumineux se prêtant à la vérification de la loi de proportionnalité. Nous avons utilisé un autre dispositif qui semble plus simple. A l'aide d'un large objectif, l'image du ruban de tungstène est formée sur la cathode de la cellule et la couvre entièrement, ainsi que l'anneau de garde; devant l'objectif se trouve un diaphragme à ouvertures multiples, à peu près identiques, et qu'on peut obturer séparément. Ces ouvertures laissent passer des flux $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$, sensiblement égaux; la valeur de φ_1 par exemple étant prise pour unité, les indications mêmes de la cellule permettent, par une interpolation légitime, de connaître les valeurs relatives exactes de φ_2, φ_3, etc., à un infiniment petit du second ordre près. En débouchant une, deux, trois ouvertures..., la cellule reçoit successivement les flux φ_1, $\varphi_1 + \varphi_2$, $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3, \ldots$, et les résultats obtenus peuvent être comparés aux nombres que permet de prévoir la loi de proportionnalité rigoureuse.

Le dispositif de mesure des courants photoélectriques n'est autre que celui que M. P. Fleury [4] a antérieurement décrit; le principe de la mesure consiste à maintenir constante et égale à zéro la somme de deux différences de potentiel; la première est celle que produit le courant photoélectrique dans une résistance connue et constante ρ; la seconde, de signe contraire, est obtenue à l'aide d'un montage potentiométrique; l'appareil de zéro est un électromètre Lindemann. Les résistances utilisées étaient des baguettes de *ciment dentaire* variant, suivant les cas, de 10

---

[2] *Proc. Phys. Soc.*, **46**, 1934, p. 256.

[3] *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 195.

[4] *Revue d'Optique*, **11**, 1932, p. 385.

à 100 mégohms. Seul le courant fourni par la cathode de la cellule était ainsi mesuré; l'anneau de garde était séparément maintenu au potentiel zéro. L'ensemble du montage était protégé électrostatiquement d'une façon qui paraissait excellente. Les isolements ont été réalisés entièrement à l'aide de quartz fondu. Les courants décelables dans ces conditions étaient de l'ordre de 10^{-12} A. La précision relative des mesures était de l'ordre de 1/1000e.

La saturation est pratiquement atteinte pour 2 volts, et aucun courant d'obscurité n'a pu être décelé; celui-ci reste donc inférieur à 10^{-12} A. Pour toutes les cellules étudiées, les écarts constatés avec la loi de proportionnalité n'ont jamais été supérieurs à l'ordre de grandeur des erreurs de mesure, et cela pour des flux variant dans certains cas dans le rapport de 1 à 30. Voici un exemple :

Flux incidents.	Courants obtenus (unités arbitraires).	Flux incidents.	Courants obtenus (unités arbitraires).	Courants calculés.
φ_1	135_0			
φ_2	131_5	$\varphi_1+\varphi_2$	266_5	266_5
φ_3	140_0	$\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3$	406_5	406_5
φ_4	140_5	$\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_4$	546_0	547_0
φ_5	406_5			
φ_6	428_0	$\varphi_5+\varphi_6=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+\varphi_6$...	833_5	834_5
φ_7	833_5			
φ_8	876_0	$\varphi_7+\varphi_8=\varphi_5+\varphi_6+\varphi_8$	1708_0	1709_5

Les qualités particulières du nouveau type de cellule sont donc celles qu'on en attendait : courant d'obscurité très faible, saturation obtenue pour de faibles tensions, proportionnalité entre courant photoélectrique et flux lumineux obtenue par construction et dépassant probablement le millième. Des résultats plus détaillés paraîtront prochainement.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Application de la méthode du champ self-consistent aux noyaux atomiques.* Note (¹) de M. **Marcel Matricon**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une Note précédente nous avons donné l'expression analytique des équations qui déterminent les fonctions d'onde individuelles des particules nucléaires.

(¹) Séance du 8 juin 1938.

Ces expressions se modifient quand on décompose chaque fonction d'onde individuelle en un produit d'une onde d'espace par une onde de spin, et que l'on suppose les fonctions d'onde spatiales des protons et des neutrons prises dans une même suite de fonctions orthogonales.

Considérons un noyau formé par p_1 protons de spin $+$, p_2 protons de spin $-$, n_1 neutrons de spin $+$ et n_2 neutrons de spin $-$, et supposons de plus que

$$p_1 \leqq p_2 \leqq n_1 \leqq n_2.$$

Avec cette hypothèse, les équations prennent la forme

$$
\begin{aligned}
&(a_i H^1 + b_i H^2)\,\varphi_i(x) \\
&+\int c_i\left(\sum_{k=1}^{n_1} + \sum_{k=1}^{n_2}\right)\left\{\begin{array}{l} \varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x')\,(G_n^1 - G_n^3)\,\varphi_i(x) \\ \varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x')\,(G_n^2 - G_n^4)\,\varphi_i(x') \end{array}\right\} dx' \\
&+\int\left(d_i\sum_{k=1}^{n_1} + e_i\sum_{k=1}^{n}\right)\left\{\begin{array}{l} \varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x)\,(G_n^1 - G_n^3)\,\varphi_i(x') \\ +\,\varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x')\,(G_n^2 - G_n^4)\,\varphi_i(x) \end{array}\right\} dx' \\
&+\int f_i\left(\sum_{k=1}^{p_1} + \sum_{k=1}^{p_2}\right) + g_i\left(\sum_{k=1}^{n_1} + \sum_{k=1}^{n_2}\right)\left\{\begin{array}{l} \varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x')\,J^1(x, x')\,\varphi_i(x) \\ +\,\varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x)\,J^2(x, x')\,\varphi_i(x') \end{array}\right\} dx' \\
&+\int\left(h_i\sum_{k=1}^{p_1} + j_i\sum_{k=1}^{p_2} + k_i\sum_{k=1}^{n_1} + l_i\sum_{k=1}^{n_2}\right)\left\{\begin{array}{l} \varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x')\,J^3(x, x')\,\varphi_i(x) \\ +\,\varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x)\,J^4(x, x')\,\varphi_i(x') \end{array}\right\} dx' \\
&+\int m_i\left(\sum_{k=1}^{p_2} + \sum_{k=1}^{p}\right)\left\{\begin{array}{l} \varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x')\,(G_p^1 - G_p^3)\,\varphi_i(x) \\ +\,\varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x)\,(G_p^2 - G_p^3)\,\psi_i(x') \end{array}\right\} dx' \\
&+\int\left(n_i\sum_{k=1}^{p_1} + o_i\sum_{k=1}^{p_2}\right)\left\{\begin{array}{l} \varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x)\,(G_p^1 - G_p^4)\,\varphi_i(x') \\ +\,\varphi_k^*(x')\,\varphi_k(x')\,(G_p^2 - G_p^3)\,\varphi_i(x) \end{array}\right\} dx' - \sum_{k=1}^{n_2} \lambda_{ki}\,\varphi_k(x) = 0,
\end{aligned}
$$

dans laquelle les coefficients ont les valeurs suivantes :

0. i	a_i.	b_i.	c_i.	d_i.	e_i.	f_i.	g_i.	h_i.	j_i.	k_i.	l_i.	m_i.	n_i.	o_i.
p_1	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	1	1
p_2	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1	0	1	1	0
n_1	2	0	2	1	1	2	0	1	1	0	0	0	0	0
n_2	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0

Nous avons appliqué ces équations au noyau d'hélium en utilisant les lois de force employées par Inglis (²).

(²) *Phys. Rev.*, 7ᵉ série, 51, 1937, p. 577.

Dans le processus d'approximations successives, qui permet d'intégrer l'équation intégro-différentielle du noyau d'hélium, nous avons pris, comme fonction d'onde de départ, la fonction d'onde d'ordre zéro de l'oscillateur harmonique utilisée par Heisenberg.

Dans le tableau ci-dessous nous donnons cette fonction d'onde initiale et la fonction d'onde finale à laquelle nous sommes parvenu.

r.	ψ initial.	ψ final.	r.	ψ initial.	ψ final.
0..........	6,940	7,481	0,26........	1,701	1,623
0,01	6,925	7,457	0,28........	1,359	1,307
0,02........	6,882	7,399	0,30........	1,067	1,044
0,03........	6,811	7,307	0,32........	0,825	0,827
0,04........	6,713	7,181	0,34........	627	651
0,05........	6,588	7,082	0,36........	468	509
0,06........	6,439	6,834	0,38........	344	396
0,07........	6,267	6,616	0,40........	249	307
0,08........	6,074	6,377	0,42........	177	238
0,09........	5,864	6,116	0,44........	124	183
0,10........	5,637	5,841	0,46........	85	141
0,11........	5,396	5,440	0,48........	58	108
0,12........	5,114	5,253	0,50........	38	83
0,13........	4,883	4,948	0,52........	25	63
0,14........	4,616	4,642	0,54........	16	48
0,15........	4,346	4,336	0,56........	10	37
0,16........	4,075	4,036	0,58........	6	28
0,17........	3,804	3,740	0,60........	4	21
0,18........	3,537	3,455	0,62........	2	15
0,19........	3,275	3,178	0,64........	1	11
0,20........	3,020	2,915	0,66........	1	7
0,21........	2,838	2,663	0,68........	"	5
0,22........	3,536	2,427	0,70........	"	2
0,23........	2,309	2,203	0,72........	"	1
0,24........	2,094	1,996			

Les résultats pour l'énergie, exprimée en unités : mc^2, sont les suivants :

Énergie de liaison exacte du noyau d'hélium.................................... —55
» calculée par la méthode de Ritz-Heisenberg (ψ initial)........... —50,75
» » complète du champ self-consistent (ψ final). —53,26

Cette dernière valeur se décompose ainsi :

$E_{cin.}$	$E_{coulomb.}$	$E_{potentielle.}$
94,99	1,65	—149,90

On voit donc que l'application de la méthode du champ self-consistent diminue de 59 pour 100 l'écart qui existait entre la valeur calculée —50,75 et la valeur réelle —55 de l'énergie de liaison du noyau d'hélium.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la présence de la bande d'absorption infrarouge* $(OH)_S$ *dans la* liaison hydrogène *intramoléculaire*. Note de M. **René Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons essayé ([1]) de ramener à une origine commune des phénomènes en apparence différents : *Chélation*, isomérie cétone-énol.... d'une part et formation d'oxoniums, associations moléculaires.... d'autre part. Dans le premier cas, il y a *liaison hydrogène intramoléculaire*, dans le second *liaison hydrogène intermoléculaire*. Il est parfaitement établi maintenant ([2]) que les spectres d'absorption infrarouges de composés présentant des liaisons *intermoléculaires* montrent au moins deux bandes OH : l'une $(OH)_N$ caractéristique des molécules libres, l'autre $(OH)_S$ caractéristique des molécules associées.

En ce qui concerne les liaisons *intramoléculaires*, les résultats expérimentaux de divers auteurs étaient contradictoires. Il n'y a, certes, *aucun doute sur l'absence de la bande* $(OH)_N$ pour l'aldéhyde salicylique ou l'acétylacétone ([3]). Par contre, on pouvait douter de l'existence de la bande $(OH)_S$ pour ces composés: Errera et Mollet ([4]), Barnes, Bonner et Condon ([5]) semblaient conclure négativement, alors que Buswell, Deitz et Rodebush ([5]) en indiquaient la présence. Il était donc intéressant de reprendre cette étude car l'absence de $(OH)_S$ aurait été un argument contre l'hypothèse d'une origine commune des liaisons intra et intermoléculaires.

Dans ce but, nous avons effectué entre 0,8 et 1μ,2 des mesures quantitatives sur l'intensité des bandes d'absorption; en effet, vers 1μ,04 la bande harmonique $(OH)_S$, très large, est superposée à diverses bandes (CH), et seules des mesures quantitatives permettent une discrimination. A cet effet nous prenons sur un même papier photographique trois enregistrements : 1° cuve d'absorption d'épaisseur 5cm (déviations I_5);

([1]) M. et R. Freymann, *Bull. Soc. Chim.*, 4, 1937, p. 944.

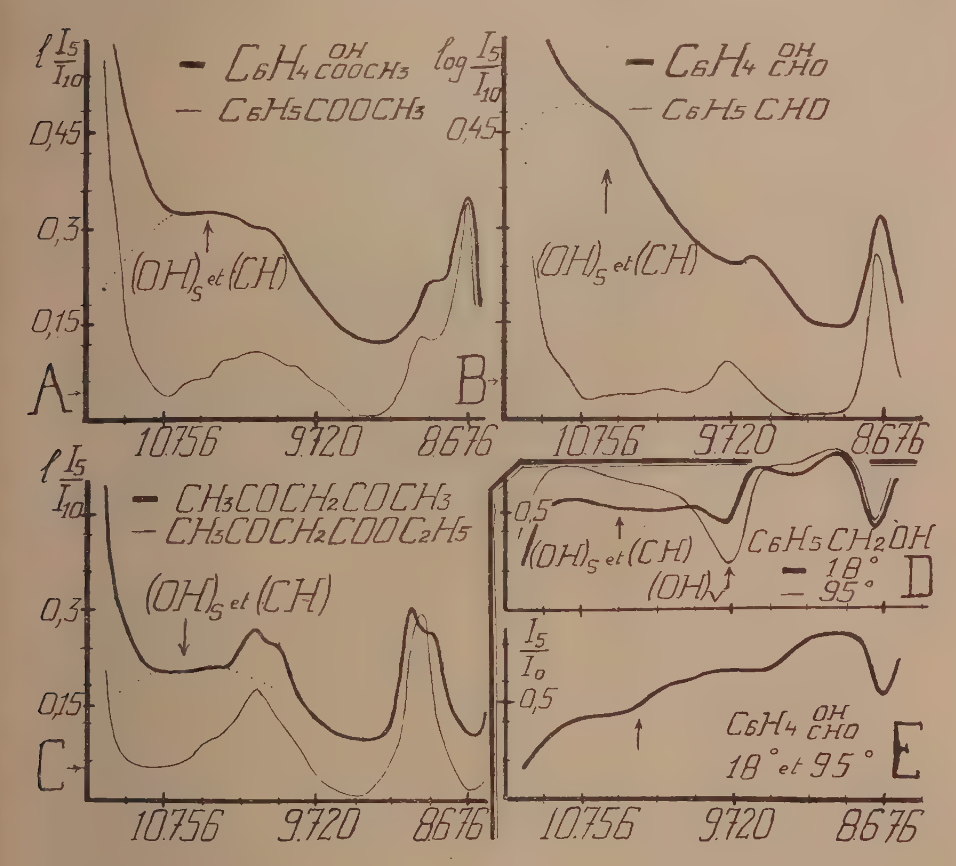
([2]) R. Freymann, *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243; J. Errera et P. Mollet, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 259; R. Freymann, *ibid.*, 204, 1937, p. 1063.

([3]) Wulf. Liddel, *Nature*, 135, 1935, p. 147; M. et R. Freymann, *Journ. Phys.*, 7, 1936, p. 509.

([4]) *Journ. Phys.*, 6, 1935, p. 281; *J. Chem. Phys.*, 4, 1936, p. 772.

([5]) *J. Chem. Phys.*, 5, 1937, p. 501.

2° cuve de 10^{cm} (déviations I_{10}); 3° cuve vide (déviations I_0); cette dernière permet de contrôler la constance des conditions expérimentales. Nous avons porté ensuite la quantité $\log_{10} I_5/I_{10}$ en fonction de la longueur d'onde (*fig.* A, B, C; sur les figures D et E des raisons techniques nous ont conduit à donner I_5/I_0).



Composés chélatés. — La figure B prouve que l'aldéhyde salicylique a une absorption beaucoup plus grande que l'aldéhyde benzoïque vers $1^{\mu},075$ environ; cette absorption caractérise la large bande harmonique $(OH)_s$ qui s'étend sur un très grand intervalle spectral; le trait pointillé indique l'allure qu'aurait cette bande si la bande (CH =) de $1^{\mu},14$ n'existait pas.

De même on voit sur la figure A que le salicylate de méthyle présente une très large bande vers $1^{\mu},037$ environ, bande qui ne se manifeste pas pour le benzoate de méthyle.

Isomérie cétone-énol. — La figure C permet de comparer l'acétylacétone (forme énolique prédominante) et l'acétylacétate d'éthyle (forme cétonique en majorité). On note pour le premier une absorption assez forte vers $1^{\mu},075$ environ. Cette large bande est moins nette que pour les composés *chélatés*: mais elle existe également pour le dipropionylméthane ([5]) (forme énolique prépondérante), alors qu'elle est absente pour l'acétone (cétonique).

En résumé, confirmant l'origine commune des liaisons intra et intermoléculaires, *nous pouvons conclure de nos diverses observations que la bande* (OH_s) *apparaît dans la liaison intramoléculaire (chélation, isomérie cétone-énol), comme dans la liaison intermoléculaire.* On ne peut donc pas dire qu'il n'y a pas du tout de bande (OH) dans ce cas, mais seulement *qu'il n'y a pas de bande* $(OH)_v$.

Remarque. — Il existe d'ailleurs une différence de « solidité » des liaisons inter et intramoléculaires. Dans les premières l'élévation de température augmente l'intensité de $(OH)_v$ alors que $(OH)_s$ disparaît (*fig.* D); les liaisons sont donc détruites par le chauffage (ou la dilution). Au contraire, dans les secondes, la bande $(OH)_v$ n'apparaît pas à chaud (ni même dans la vapeur) et $(OH)_s$ ne semble pas affecté par l'élévation de température (*fig.* E).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la projection de la flamme dans les mélanges gazeux et sur le phénomène du choc dans les moteurs à explosion.* Note de M. **Paul Laffitte**, présentée par M. Émile Jouguet.

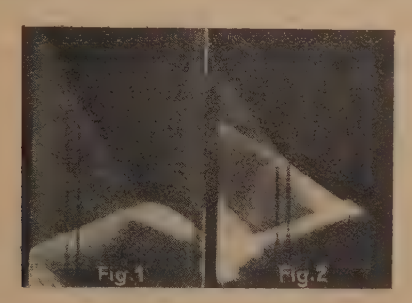
Nous avons montré ([1]) qu'une flamme parvenant à l'extrémité d'un tube contenant un mélange gazeux combustible peut être *projetée* dans un autre tube ne contenant pas de gaz combustible, mais uniquement de l'air. Les mesures, faites par enregistrement photographique, nous ont montré que la flamme projetée pouvait avoir une vitesse bien supérieure (et de l'ordre de celle d'une détonation) à celle de la flamme qui lui a donné naissance. De ces résultats nous tirions, entre autres, la conclusion qu'il y avait en avant du front de la flamme un déplacement vers l'avant du mélange gazeux. Cette conclusion peut être immédiatement déduite de l'examen de

---

([5]) Cette substance a été préparée par Mlle Garry.

([1]) P. Laffitte et A. Parisot, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 603.

certaines photographies, comme celle qui est reproduite sur la figure 2 et qui a été obtenue avec le mélange suivant : C^2H^2 27 pour 100, O^2 47 pour 100, N^2 26 pour 100, dans les conditions expérimentales précisées dans la Note précitée. On voit d'abord la propagation de la flamme dans le mélange combustible, puis sur la droite de la photographie



un *ressaut* à partir duquel se sont propagés : 1° vers la droite (et dans le tube contenant initialement de l'air) la flamme projetée ; 2° vers la gauche une onde rétrograde. L'aspect de la photographie montre que, dans ce cas, les gaz projetés se sont auto-enflammés et que leur projection s'est produite avant que la flamme ne parvienne à leur contact (elle se trouvait alors à $2^{cm},5$ en arrière). Sur d'autres photographies, comme par exemple celle qui est reproduite sur la figure 1 (où il y a eu projection de la flamme du mélange $C^3H^8 — O^2$ à 17,5 pour 100 de C^3H^8), on peut constater un aspect strié des phénomènes lumineux en arrière du front de la flamme et après le passage de l'onde rétrograde.

On sait qu'entre autres causes, le phénomène du *choc* dans les moteurs à explosion a été attribué à une véritable détonation (onde explosive) du mélange combustible. Or les conditions qui règnent dans un moteur ne semblent pas favorables à la naissance de ce phénomène ([2]). Cependant Duchêne ([3]), ainsi que Withrow et Boyd ([4]) ont enregistré, lors du choc dans les moteurs, des flammes se popageant à la vitesse de celle d'une onde explosive. Plus récemment Sokolik et Voinov ([5]) ont obtenu une flamme se propageant à une vitesse de l'ordre de 2000 m/sec et qu'ils ont alors identifiée à une onde explosive.

([2]) P. Laffitte, *The Science of Petroleum, London,* 1937, p. 2995.
([3]) *Bull. techn. aéron.*, n° 11, 1932.
([4]) *Ind. Eng. Chem.*, 23, 1931, p. 539.
([5]) *Techn. Physics, U.S.S.R.,* 3, 1936, p. 803.

Or nous pensons que les expériences rapportées plus haut, ainsi que dans la Note précédente, permettent d'expliquer l'existence, lorsque se produit le choc dans les moteurs, de flammes à grande vitesse de propagation, sans qu'il s'agisse d'une véritable onde explosive. Dans des conditions favorables, et une fois que la flamme a parcouru une certaine distance dans le cylindre, il y aurait une projection, soit de gaz enflammés dans certains cas, soit dans d'autres cas de gaz brûlant à la suite d'une auto-inflammation ; le reste du mélange gazeux brûle alors en un temps extrêmement court. Cette projection de la flamme serait alors la véritable cause du choc des moteurs. L'aspect de nos photographies est d'ailleurs semblable à celui des enregistrements de Duchène dans le cas où se produit le choc, si toutefois l'on tient compte de ce que dans les expériences de cet auteur la vitesse de déplacement du film sensible était plus faible que pour les photographies reproduites dans cette Note. Il est vrai que dans nos expériences une mince pellicule de cellophane séparait le tube dans lequel se propageait la flamme de celui dans lequel avait lieu la projection de celle-ci. Mais Burgess (*Safety in Mines Research Board*, 1926, p. 27) a obtenu des flammes projetées sans cet artifice.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Préparation, électrométrie et spectrographie dans l'ultraviolet de l'acide d-arabo-ascorbique.* Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Jean Perrin.

L'acide *d*-arabo-ascorbique (isovitamine C) est un isomère stérique de l'acide *l*-ascorbique (vitamine C). D'après les formules développées ci-dessous, qui en montrent la différence, on peut prévoir que l'influence de l'isomérie sur les propriétés de la fonction commune ène-diol-α-cétonique, —C(OH)=C(OH)—CO—, doit être faible ou même négligeable.

```
      CO———————┐              CO———————┐
      |        |              |        |
      C—OH     |              C—OH     |
      ||       O              ||       O
      C—OH     |              C—OH     |
      |        |              |        |
   H—C—————————┘           H—C—————————┘
      |                       |
  HO—C—H                   H—C—OH
      |                       |
      CH²OH                   CH²OH
```

Acide *l*-ascorbique. — Acide *d*-arabo-ascorbique.

J'ai entrepris l'étude de l'acide *d*-arabo-ascorbique dans le but de vérifier la validité de cette hypothèse. Comme pour les ène-diol-α-cétoniques précédemment étudiés [1] j'ai déterminé, en particulier, les constantes de dissociation de l'acide lui-même et de son produit d'oxydation par l'iode, ainsi que les positions et les intensités des bandes d'absorption dans l'ultraviolet.

Préparation. — L'acide *d*-arabo-ascorbique a été préparé à partir du fructose, en passant par l'intermédiaire du β-diacétone-fructose [2], du diacétone-2-céto-gluconate de potassium [3], du 2-céto-gluconate de méthyle [4] et finalement du sel de sodium [5]. J'ai obtenu ainsi des échantillons, soit du sel de sodium (solide ou sirop), soit de l'acide libre (solide, p. f. 164°).

Électrométrie. — La technique de la détermination des constantes de dissociation par voie électrométrique a déjà été décrite [1]. La valeur de pK_1, correspondant à la première constante k_1, peut être déterminée avec précision; celle de pK_2, par contre, qui correspond à la seconde constante, très faible, k_2, comporte une incertitude assez notable. Il en est de même pour pK_0, relatif à la constante de dissociation k_0 de l'acide *d*-oxy-arabo-ascorbique, obtenu à partir de l'acide *d*-arabo-ascorbique par oxydation à l'iode. Dans ce cas, en effet, les potentiels au cours du titrage sont instables, ainsi que je l'ai déjà signalé pour les corps apparentés de la même série ène-diol-α-cétonique [6]. Les résultats numériques obtenus sont :

Acide *d*-arabo-ascorbique $pK_1 = 4,23 \pm 0,02$, $pK_2 \sim 11$ à 12.
Acide *d*-oxy-arabo-ascorbique $pK_0 \sim 8,8$.

Spectrographie dans l'ultraviolet. — J'ai déterminé, à l'aide de la méthode précédemment décrite [7], la position λ_M des maxima des bandes d'absorption en fonction du pH, ainsi que les intensités ε_M correspondantes. La courbe $\lambda_M = f(\text{pH})$ obtenue indique avec netteté : 1° une bande λ_M^0 corres-

(1) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1065; 203, 1936, p. 75 et 1156; 205, 1937, p. 273; 206, 1938, p. 432 et 1376.
(2) Cf. Ohle et Koller, *Ber. d. chem. Ges.*, 57, 1924, p. 1566.
(3) Cf. Ohle et Walter, *Ber. d. chem. Ges.*, 63, 1930, p. 843.
(4) Cf. Maurer et Schiedt, *Ber. d. chem. Ges.*, 67, 1934, p. 1239.
(5) Cf. Maurer et Schiedt, *loc. cit.*, et Ohle, Erlbach et Carls, *Ber. d. chem. Ges.*, 67, 1934, p. 324.
(6) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1065.
(7) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 273.

pondant à la molécule non-dissociée (pH < 3); 2° une bande λ'_M relative à l'ion négatif monovalent (5,5 < pH < 11,5); enfin 3° une bande λ''_M due à l'ion négatif bivalent (pH > 12,5). Les différentes données sont consignées dans le tableau suivant :

pH $\leqq$ 3	λ^0_M 2420 Å	ε^0_M 9500
5,5 $\leqq$ pH $\leqq$ 11,5	λ'_M 2645 Å	ε'_M 13000
pH $\geqq$ 12,5	λ''_M 2990 Å	ε''_M 11500

Conclusion. — Les résultats exposés dans la Note présente montrent, comparativement à ceux relatifs à l'acide *l*-ascorbique ([8]), que l'isomérie stérique qui différencie les acides *l*-ascorbique et *d*-arabo-ascorbique, n'influe nullement le groupement commun ène-diol-α-cétonique. La prévision faite précédemment *a priori* se trouve donc vérifiée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du cæsium sur l'oxyde de carbone.* Note de MM. LOUIS HACKSPILL et LAMBERT A. VAN ALTNEA, présentée par M. Marcel Delépine.

La réaction du potassium sur l'oxyde de carbone, a été étudiée, pour la première fois, il y a un siècle, par Liebig ([1]), puis il y a 50 ans par Nietski et Benchiser ([2]) qui ont signalé la formation de l'hexaphénolate de potassium $C^6(OK)^6$ que l'on trouve mentionnée dans tous les traités de chimie organique. Enfin, plus récemment, Joannis ([3]) a montré que les métaux ammonium sont décolorés par l'oxyde de carbone. Le composé ainsi obtenu avec le sodium détone violemment lorsqu'on le chauffe vers 100°. L'action de l'eau liquide provoque également une explosion, mais avec la vapeur, sous faible pression, émise par de la glace à 0°, on obtient lentement le glycolate de sodium $CH^2OH - CO^2Na$ ([3]).

Des essais sur le rubidium et le cæsium ammonium ne semblent pas avoir été faits, sans doute en raison de la rapide transformation de ces corps en amidures, et nous n'avons trouvé aucune indication sur l'action directe des métaux alcalins rares sur l'oxyde de carbone.

([8]) G. CARPÉNI, *Comptes rendus*, **204**, 1936, p. 75, et **206**, 1938, p. 1571.

([1]) LIEBIG, *Liebig's Ann.*, **11**, 1834, p. 182.

([2]) *Ber. d. chem. Ges.*, **18**, 1885, p. 505 et 1834.

([3]) *Comptes rendus*, **116**, 1893, p. 1519; **158**, 1914, p. 874; T. G. PEARSON, *Nature*, 1933, p. 166.

Mode opératoire. — Nous avons fait réagir l'oxyde de carbone sec sur le cæsium pur distillé dans le vide suivant la technique couramment utilisée par l'un de nous (4).

Dès que le gaz arrive au contact du métal, que la température soit inférieure à 0° ou supérieure à 100°, il se forme immédiatement avec dégagement de chaleur un produit bleu très foncé qui subsiste tant que le métal est en excès et qui passe ensuite au jaune chamois.

Si la proposition du gaz est inférieure à $CO/Cs = 1$, la pression diminue rapidement et tombe à quelques millimètres et une élévation de température ne la fait pas remonter sensiblement.

Formule du composé obtenu. — Si le volume du gaz absorbé est susceptible d'une mesure exacte, il n'en va pas de même du poids de métal réagissant, il convient de déterminer ce dernier par un dosage gravimétrique du perchlorate de cæsium précipité après attaque à l'eau.

On a ainsi trouvé $1^{g},318$ de cæsium pour 222^{cm^3} d'oxyde de carbone mesurés à 0° sous 760^{mm}.

Le rapport $CO/Cs = 1,001$ est très voisin de celui nécessité par la formule brute COCs.

Propriétés du composé COCs. — Examiné avec un grossissement de 5 à 10 diamètres, le composé en question apparaît comme formé par la juxtaposition de petites sphères luisantes d'une couleur chamois. Il est insoluble dans le benzène, l'éther et l'ammoniac liquide. L'iodure de méthyle en solution dans le benzène l'attaque très lentement.

L'eau liquide ou à l'état de vapeur, agissant à l'abri de l'air, le dissout en le décomposant, sans violence et sans dégagement gazeux. L'hydrogène est sans action au moins jusqu'à 250°.

La réaction la plus remarquable est celle fournie à froid par l'acide sulfurique en solution à 5 ou 10 pour 100.

On obtient ainsi, sans aucun dégagement gazeux, une solution brune qui réduit le nitrate d'argent ammoniacal, précipite par le sulfite acide de sodium et forme avec la diphénylhydrazine la diphénylhydrazone du glyoxal caractérisée par son point de fusion : 170° (5).

Formule développée. — Ces réactions caractérisent le glyoxal (I). On peut donc attribuer au composé du cæsium soit la formule (II), soit la

---

(4) Louis Hackspill, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, **28**, 1913, p. 613.

(5) Émile Fischer, *Ber. d. chem. Ges.*, **17**, 1884, p. 572.

formule (III),

$$\begin{matrix} O \\ H \end{matrix}\!\!>C-C\!\!<\!\!\begin{matrix} O \\ H \end{matrix} \qquad \begin{matrix} O \\ Cs \end{matrix}\!\!>C-C\!\!<\!\!\begin{matrix} O \\ Cs \end{matrix} \qquad CsO.C{\equiv}C-O.Cs$$

(I). (II). (III).

De toute manière le nom de cæsium carbonyle ne convient pas pour désigner un composé dont les propriétés sont aussi éloignées de celles du fer ou du nickel-carbonyle.

Comparaison avec les expériences de Joannis. — En traitant le composé de formule brute CONa par la chaleur ou par l'eau, Joannis a obtenu des explosions, accident qui ne s'est pas produit avec COCs; mais le composé du sodium était obtenu dans l'ammoniac liquide et il arrive très souvent en pareil cas, l'un de nous l'a observé en particulier pour les phosphures alcalins, que de l'ammoniac reste combiné à la molécule. Une élévation de température ou l'action de l'eau a pu provoquer un départ instantané de gaz.

Quant à l'obtention de glycolate de sodium par action prolongée de la vapeur d'eau sous très faible pression, elle s'accorde parfaitement avec nos expériences : le glyoxal en solution alcaline se transforme en acide glycolique (réaction de Cannizzaro).

Conclusion. — En résumé le cæsium se combine à froid avec l'oxyde de carbone, même sous faible pression en donnant un composé exothermique stable de formule brute COCs dont la molécule est très probablement le double $(COCs)^2$ et qui par les acides dilués donne le glyoxal.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation et propriétés du phosphate neutre de lithium.* Note de M. **André-Adrien Sanfourche**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Les propriétés attribuées au phosphate neutre de lithium manifestent des discordances sensibles, surtout en ce qui concerne la solubilité, l'eau de cristallisation et la température de déshydratation. Il nous paraît que ces discordances doivent tenir à un mode de préparation impropre à l'obtention d'un composé défini.

La préparation par voie humide communément décrite consiste à précipiter un sel de lithium par un phosphate alcalin additionné d'un excès d'alcali, cet excès ayant pour but d'amener une précipitation plus

complète [1]. Or nous avons constaté que, si la basicité du milieu dépasse celle qui correspond à la constitution exacte du phosphate trilithique, le précipité formé est lui-même plus basique que PO^4Li^3 : c'est ainsi qu'un mélange de solutions correspondant à $3NO^3Li + PO^4Na^3 + NaOH$ aboutit à un phosphate de composition $PO^4Li^3 + 0,08\,LiOH$. Pour examiner méthodiquement l'influence d'un excès d'alcalinité, nous avons ajouté à 10^{cm^3} d'acide phosphorique normal des volumes croissants de solution normale d'hydroxyde de lithium. A la température ambiante, la basicité du précipité augmente d'abord assez rapidement avec l'excès d'alcali, puis plus lentement, pour arriver à la composition $PO^4Li^3 + 0,135\,LiOH$, qui semble être une limite et correspond à l'addition de 60^{cm^3} d'hydroxyde, soit le double de la quantité nécessaire à la neutralisation des trois acidités de l'acide phosphorique.

Mais, si l'on opère à la température d'ébullition en prolongeant celle-ci, la basicité du précipité croît avec le temps, si bien qu'il atteint asymptotiquement après 10 jours de contact, dont 100 heures d'ébullition, la composition $PO^4Li^3, 0,32\,LiOH$; c'est presque exactement celle qu'aurait l'hydroxyapatite de lithium $3PO^4Li^3, LiOH$, corps non signalé jusqu'ici, mais dont l'existence est très vraisemblable, par analogie avec le composé correspondant du calcium.

Pour obtenir le phosphate neutre de lithium à l'état de pureté, il faut mélanger des solutions d'acide phosphorique et d'hydroxyde de lithium dans le rapport exact $PO^4H^3 + 3\,LiOH$, ou de phosphate trisodique pur avec un sel de lithium neutre. Le précipité qui, avec le second mode de préparation doit être lavé, est ensuite séché sur l'acide sulfurique ou dans un courant d'air décarbonaté; il présente alors la composition PO^4Li^3, $0,5\,H^2O$. Nous ne pouvons entrer ici dans les détails analytiques pour lesquels, ainsi que pour un plus ample exposé de l'ensemble, nous renvoyons à un autre Recueil; mentionnons seulement que plusieurs préparations nous ont conduit à la formule exacte PO^4Li^3, avec des teneurs en eau comprises entre 0,45 et $0^{mol},495$.

Cette constance dans la teneur en eau suffit déjà à montrer qu'il ne s'agit pas d'eau adsorbée, comme le pensent Rollet et Lauffenburger [2]; d'ailleurs, cette eau est énergiquement fixée, près du quart étant encore

---

(1) GMELIN, *Ann. Gilbert*, **62**, 1819, p. 409; RAMMELSBERG, *Pogg. Ann.*, **76**, 1849, p. 261.

(2) *Bull. Soc. Chim.*, **1**, 1934, p. 151.

retenu après 72 heures de chauffage à 350°, et nécessitant pour son départ d'atteindre le rouge. La déshydratation par chauffage à température linéairement croissante, d'après la technique de Guichard, ne manifeste aucune discontinuité dans la perte de poids. Ces faits s'accordent pour prouver qu'il ne s'agit pas non plus d'eau de cristallisation, mais d'eau de constitution; la formule du phosphate trilithique, si on l'écrit $P^2O^8Li^6, H^2O$, est analogue à celle du phosphate tricalcique $P^2O^8Ca^3, H^2O$ et peut s'interpréter de la même façon par l'existence d'un acide hydroxyphosphorique $P^2O^9H^8$, dont nous avons déjà proposé l'hypothèse ([3]), et dont ces composés seraient les sels acides $P^2O^9H^2Li^6$ et $P^2O^9H^2Ca^3$.

La solubilité du phosphate neutre de lithium a été déterminée en le maintenant en suspension dans l'eau à 20° et analysant la solution jusqu'à ce que la concentration n'augmente plus; on trouve $0^g,375$ PO^4Li^3 par litre, valeur voisine de $0^g,394$ indiquée par Mayer ([4]), mais éloignée de $0^g,297$, donné par Rosenheim et Reglin pour 25° ([5]), et de $0^g,300$ par Rollet et Lauffenburger pour 20°. La solubilité diminue rapidement quand l'eau ou le phosphate possèdent une réaction alcaline, ce qui explique les chiffres très discordants trouvés par les expérimentateurs ayant opéré la précipitation suivant l'ancienne technique. C'est ainsi que, dans l'eau mère d'une précipitation faite avec 4 LiOH pour 1 PO^4H^3, la solubilité tombe à $0^g,012$ PO^4Li^3 par litre, évaluée par dosage de l'ion PO^4.

En résumé, il apparaît que le phosphate trilithique n'avait pas été jusqu'ici isolé à l'état de pureté, mais que l'on avait pris pour tel des mélanges du sel neutre avec l'hydroxyapatite de lithium, ce qui explique les divergences entre les propriétés indiquées par divers savants. Préparé avec les précautions nécessaires, il a pour composition $PO^4Li^3, 0,5H^2O$, cette demi-molécule d'eau devant être considérée comme de constitution plutôt que de cristallisation, à la ressemblance du phosphate tricalcique.

L'existence d'une hydroxyapatite de lithium, que nous pensons avoir mise en évidence, est un autre caractère rapprochant le lithium du calcium, et renforçant le rôle d'élément de transition entre les alcalins et les alcalino-terreux qu'on lui reconnaît depuis longtemps.

([3]) Sanfourche, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 935; *Bull. Soc. Chim.*, 53, 1933, p. 960.

([4]) *Lieb. Ann.*, 98, 1856, p. 200.

([5]) *Z. anorg. Chem.*, 120, 1922, p. 110.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation nitrique du tétraméthyl-α-d-méthyl-tagatoside*. Note de Mme **Yvonne Khouvine** et de MM. **Georges Arragon** et **Yoshinori Tomoda**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons fait connaître (¹) la préparation du tétraméthyl-α-*d*-méthyl-tagatoside par l'iodure de méthyle et l'oxyde d'argent. L'oxydation nitrique de ce dérivé méthylé ne nous a d'abord donné que de l'acide *l*-diméthoxysuccinique. L'absence d'acide *i*-diméthoxysuccinique pouvait déjà nous laisser croire que la structure de l'α-*d*-tagatose pentaméthylé était pyranique, mais nous avons voulu déterminer directement cette structure par l'obtention de l'acide *d*-arabo-triméthoxyglutarique.

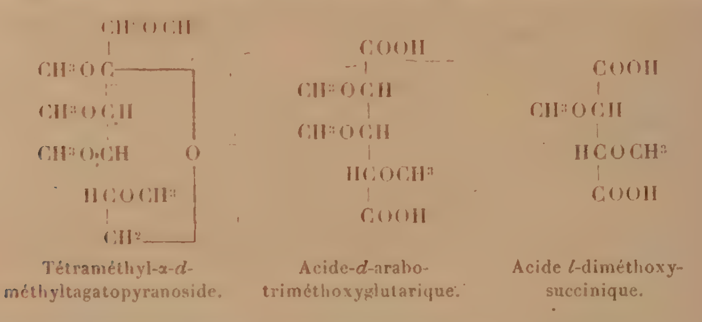
Pour cela nous avons refait du tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatoside, mais cette fois par le sulfate de méthyle et la soude, et nous l'avons oxydé brutalement par l'acide nitrique fumant.

Méthylation de l'α-d-méthyltagatoside par le sulfate de méthyle et la soude. — Dans un ballon à trois tubulures on dissout 25^g d'α-*d*-méthyltagatoside dans 25^{cm^3} d'eau chaude. On ajoute 100^{cm^3} de CCl^4 et 10^{cm^3} de lessive de soude à 40°B. On chauffe vers 60° et l'on verse simultanément et goutte à goutte 300^{cm^3} de sulfate de méthyle et 280^{cm^3} de lessive de soude. L'opération dure une heure et la température ne monte pas au-dessus de 65°. On ajoute un peu de charbon végétal et l'on chauffe ensuite 15 minutes vers 75° pour chasser le tétrachlorure de carbone qui n'a pas distillé entièrement pendant la méthylation. On refroidit et l'on acidifie légèrement par SO^4H^2. On filtre et l'on fait trois extractions avec du benzène. On sèche les solutions benzéniques sur $CaCl^2$ et l'on distille le benzène dans le vide. Le sirop obtenu est fractionné dans un vide de 10^{-4} mm. On recueille une première fraction très fluide de 14^g, de pouvoir rotatoire $\alpha_{578}^{20} + 28°7$, et une deuxième fraction de 8^g un peu plus épaisse, de pouvoir rotatoire $\alpha_{578}^{20} + 30°8$. En une seule méthylation et avec d'assez bons rendements, nous avons obtenu un sirop qui peut servir pour l'oxydation. En effet, le tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatoside que nous avions préparé par $CH^3I + Ag^2O$ avait un pouvoir rotatoire $\alpha_{578}^{20} + 21°6$.

Oxydation nitrique. — 10^g de tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatoside sont additionnés de 25^{cm^3}, puis de 100^{cm^3} d'acide nitrique fumant (D 1,49). Après quelques instants le dégagement de vapeurs nitreuses se ralentit; on plonge le matras à long col, fermé par un entonnoir, dans un bain-marie

(¹) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1414.

bouillant. Après une demi-heure on ajoute 50$^{cm^3}$ d'acide nitrique fumant et l'on chauffe encore une heure au bain-marie. Il ne reste plus que des traces de sucre réducteur. On entraîne alors, comme d'habitude, l'acide par la vapeur d'eau, on détruit l'acide oxalique par H^2O^2, on sèche avec CH^3OH et l'on méthyle le sirop obtenu par $CH^3I + Ag^2O$, et par $(CH^3)^2SO^2$. On distille enfin (4^g) dans un vide de 10^{-4} mm, avec une colonne Vigreux de 10^{cm}, à 50°, puis à 70° et l'on obtient 4 fractions.



Tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatopyranoside. Acide-*d*-arabo-triméthoxyglutarique. Acide *l*-diméthoxy-succinique.

Traitées par le méthylamine, les deux premières (2^g,5) donnent la méthyl-diamide de l'acide *l*-diméthoxysuccinique (P.F. + 205°, α^{20}_{578} — 140°3), la troisième (1^g) donne la méthyldiamide de l'acide-*d*-arabotriméthoxyglutarique (P.F. + 170°, α^{20}_{578} — 70°). La dernière fraction (0^g,3) reste sirupeuse.

Le tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatoside et l'α-*d*-méthyltagatoside ont donc une structure pyranique. L'α-*d*-tagatose, qui donne avec de très bons rendements l'α-*d*-méthyltagatoside et qu'on obtient aussi par hydrolyse de ce même tagatoside, a vraisemblablement, lui aussi, une structure pyranique.

Nous voyons que les méthodes qui nous ont servi pour déterminer la structure de l'α-*l*-sorbose (²) sont applicables à l'α-*d*-tagatose, probablement parce que chacun de ces deux oses, traité par la méthode de Fischer, donne, avec de très bons rendements, un méthyloside cristallisé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le spectre Raman de l'indanone.*

Note de Mlle **Dinah Biquard**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai signalé (¹) que, conformément aux observations de Piaux, le spectre Raman de la cyclopentanone présentait, pour la liaison C=O, deux raies

---

(²) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1659.

(¹) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1721.

très voisines et assez fortes. Toutefois Reitz [2], dans son étude sur les cycles à cinq chaînons, n'observe qu'une raie pour la liaison cétonique de la cyclopentanone [3].

J'ai remarqué que les spectres Raman de l'indanone présentaient pour la liaison C=O *une* raie ou *deux* raies suivant l'état physique dans lequel se trouvait cette cétone.

En effet le spectre Raman de l'indanone cristallisée présente deux raies très nettement distinctes de fréquences 1703 et 1715 cm^{-1}, la première étant plus intense que la seconde.

L'indanone a été préparée par cyclisation du chlorure de l'acide β-phénylpropionique et purifiée par des distillations et des cristallisations répétées.

J'ai utilisé la technique indiquée par Ananthakrishnan [4], ce qui m'a permis d'obtenir de très beaux clichés. La substance très finiment pulvérisée est disposée dans un tube de façon à avoir une colonne d'environ 2^{cm}; le tube est entouré d'un manchon formant filtre (épaisseur 8^{mm}) contenant une solution d'iode dans le tétrachlore de carbone.

Plusieurs clichés ont été réalisés en utilisant comme filtres :

1° une solution diluée d'iode ($0^g,32$ de I dans 100^{cm^3} de CCl^4), le filtre complémentaire étant constitué par une solution aqueuse de CrO^4K^2 sous une épaisseur de 30^{mm} ($0^g,48$ dans 100^{cm^3} d'eau). De plus, l'interposition d'un filtre en verre Noviol A entre l'arc au Hg et le filtre à l'iode m'a ainsi permis d'obtenir l'excitation par la raie 4358 Å du Hg;

2° une solution concentrée d'iode dans le CCl^4 ($1^g,8$ de I dans 100^{cm^3} de CCl^4), le filtre complémentaire étant constitué par une solution aqueuse de NO^2Na sous une épaisseur de 30^{mm} (345^g de NO^2Na pour 1000^{cm^3} d'eau). L'excitation est ainsi fournie par la raie 4046 Å du Hg et partiellement par la raie 4358 Å.

Les spectres Raman obtenus avec cette même substance à l'*état liquide* à différentes températures, ou en *solution* dans l'éther sulfurique et le tétrachlorure de carbone, ne présentent qu'une seule raie pour la liaison C=O.

J'ai résumé dans le tableau ci-après les résultats obtenus.

([2]) *Z. physik. Chemie,* B. 38, 1937, p. 384.

([3]) Tandis que l'examen du cliché de la cyclopentanone au microscope m'a permis de pointer les deux raies, l'enregistrement microphotométrique ne permet pas de les déceler nettement.

([4]) *Proc. Indian Acad. of Sciences,* 5 A, 1937, p. 76.

	Poudre cristalline.	État liquide.				Solution $(C^2H^5)^2O$ 15g de cétone pour 100 cm³.	Solution CCl^4 8g,2 de cétone pour 100 cm³.
t	23°.	23° (*).	60°.	95°.	156°.		
ν_R en cm^{-1}...	1703 / 1715	1707	1714	1711	1713	1716	1715

(*) Produit en surfusion.

D'après ces résultats, le cas de l'indanone en surfusion étant mis à part, il semble que la fréquence de la raie C = O ne soit pas influencée sensiblement, dans les conditions expérimentales utilisées, par la température et les solvants.

Je poursuis actuellement ces recherches en vue d'étudier sur d'autres cétones l'influence des conditions physiques sur les fréquences Raman.

SÉISMOLOGIE. — *Sur le séisme du* 11 *juin* 1938. Note de M. **Charles-Émile Brazier** et **Léonide Génaux**, présentée par M. Charles Maurain.

Le dépouillement des inscriptions fournies par les séismographes de l'Observatoire du Parc Saint-Maur pendant les journées des 11 et 12 juin 1938 a donné les résultats suivants :

Mouvement principal. — Début 11 juin 1938 à $11^h58^m11^s$ (temps légal d'été). Amplitudes maxima vers 11^h59^m : 160^μ Composante N, 200^μ Composante E.

Période 1 seconde.

Accélération maxima évaluée en admettant que les oscillations étaient sinusoïdales : $0^{cm},6$ Composante N, $0^{cm},8$ Composante E.

Distance de l'épicentre calculée d'après les temps d'arrivée des premières ondes et des ondes longues, environ 240^{km}.

Fin à 12^h11^m.

Comme il arrive généralement, la secousse principale a été suivie de quelques autres (dites répliques).

Première réplique. — 11 juin 1938, début à $14^h9^m47^s$, fin à 14^h13^m; très faible, inscrite seulement sur le séismographe Mainka.

Deuxième réplique. — 12 juin 1938, début à $14^h26^m24^s$, amplitude maxima à $14^h26^m56^s$, fin à 14^h30^m, plus forte que la première.

La secousse principale a été marquée aussi sur les baromètres à poids, et sur les appareils magnétiques de l'Observatoire de Chambon-la-Forêt (Loiret), dont les parties mobiles ont ainsi fonctionné comme des séismoscopes (Observ. M. Gaston Gibault).

HYDROLOGIE. — *Recherches sur les eaux souterraines du delta intérieur du Niger*. Note [1] de M. **Mengli Enikeff.**

La région étudiée est située au nord et nord-est de Sansanding. Elle se prolonge en suivant le marigot de Molodo, l'un des lits abandonnés du delta intérieur du Niger. Le Niger est l'unique cours d'eau de ce pays. Sa crue n'inonde pas la région considérée. Celle-ci est soumise à un climat soudanien et reçoit environ 650^{mm} de pluie de mai à septembre entre Sansanding et Siguiné, et de 500 à 600^{mm} à Sokolo. Il ne pleut pas d'octobre à mai. Le sol de cette région va en s'abaissant à partir du Niger. Les berges du fleuve se situent entre 301 et 303^{m}, tandis qu'à Sieguendara le terrain est à la cote de 288^{m}. Les plus hautes eaux du Niger montent à 301^{m},35 et les plus basses eaux n'arrivent qu'à 293^{m},89.

Les mesures effectuées sur les puits montrent que les eaux souterraines, qui se trouvent à la profondeur de 9 à 12^{m} près du Niger, descendent progressivement vers le Nord, où à Sieguendara on les trouve à une profondeur de 62^{m}. La salinité des eaux des puits, déterminée à plusieurs reprises à l'aide d'un auditohmmètre de Chauvin et Arnoux, augmente avec l'éloignement du Niger. Les résultats de cette étude seront exposés ultérieurement. Les variations du niveau de l'eau dans les puits ne dépassent pas 1 à 2^{m}.

La carte ci-après représente la surface piézométrique des puits de la région. Elle montre une pente de la surface piézométrique allant dans le même sens que la pente générale du sol, mais beaucoup plus forte que cette dernière, surtout près du fleuve. Ce fait, et la variation de salinité signalée indiquent que les eaux souterraines de la région étudiée sont alimentées par le Niger. Les détails des courbes des niveaux piézométriques montrent qu'il existe probablement des directions d'écoulement privilégiées. Les eaux circulent dans les grès, dont la puissance est appréciable. Il est donc possible que l'on puisse améliorer le rendement des puits indigènes en les approfondissant.

---

(1) Séance du 8 juin 1938.



1, Kotaloma; 2, Tosma; 3, Kalankola; 4, Tiongoba; 5, Serivala; 6, Siguiné; 7, Kolodougou; 8, Niono; 9, Diambé; 10, Massaransana; 11, Siguendara; 12, Missibougou; 13, Markabougou; 14, N'Tienssana; 15, M'Pogo; 16, Dacrouna; 17, Kamona; 18, Tango; 19, Molodo; 24, Monimpébougou; 21, Massamana.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs de l'inclinaison magnétique au Sahara et au Soudan.* Note de MM. **Henri Brandstetter** et **Jean Lagrula**, présentée par M. Georges Perrier.

Les mesures suivantes ont été exécutées à l'aide de la boussole d'inclinaison Laderrière de l'Observatoire d'Alger. L'un de nous avait au préalable procédé à l'examen et au réétalonnage de l'instrument à l'Observatoire de Chambon-La-Forêt, avec la collaboration de M. Gaston Gibault. On a, pour une inclinaison de 64° :

Aiguille	I.	II.
Corrections actuelles	+ 4′,4	+2′,9
» de 1921	+11′,5	+7′,1

A Tamanrasset, les corrections seront précisées par les observations de M. Jean Dubief, qui utilise en ce moment l'instrument. La différence des corrections est plus grande qu'à Chambon, et en sens inverse. A Fort-Lamy, au contraire, les deux aiguilles diffèrent peu ; en cette station, comme à Zinder, la faiblesse de l'inclinaison interdit les lectures correspondant à la pointe supérieure des aiguilles.

Ces mesures constituent un apport à l'importante étude entreprise par M. Jean Dubief; d'autre part l'étude des variations des corrections instrumentales en fonction de l'inclinaison permettra de profiter au mieux de la précision intrinsèque des mesures. Pour l'une ou pour l'autre aiguille, on peut s'attendre à une erreur moyenne de l'ordre de 2′, avec un léger avantage en faveur de l'aiguille II. Les mesures effectuées à Tit et à Aderbissinat sont médiocres.

Stations.	Aiguille.	Dates 1937.	Heure (G.M.T.).	Longitude (E. de Greenw.).	Latitude.	Altitude.	Inclinaison (non corrigée).
			h	° ′	° ′	m	° ′
Tamanrasset-A	I	16 nov.	10,5	5.31,6	22.47,8	1365	29.50,5
»	II	16 »	11,4	»	»	»	29.40,5
»	I	16 »	15,3	»	»	»	29.54
»	II	16 »	16,0	»	»	»	29.46,5
»	II	16 »	16,5	»	»	»	29.44,5
»	II	25 »	16,4	»	»	»	29.42,5
»	II	27 »	15,6	»	»	»	29.50,5
»	I	27 »	16,3	»	»	»	29.49,4
»	II	27 »	17,0	»	»	»	29.49,2
Tit	I	14 »	16,9	5.13,8	22.58,2	1180	30.41,5

Stations.	Aiguille.	Dates 1937.	Heure (G.M.T.).	Longitude (E. de Greenw.).	Latitude.	Altitude.	Inclinaison (non corrigée).
			h	° ′	° ′	m	° ′
Adar Ajerene	I	17 nov.	16,5	5.39,4	22.51,4	2100	30. 2,5
Tamanrasset-B	II	19 »	10,3	5.31,2	22.48,0	1370	29.49,0
Tamanrasset-C	I	22 »	8,7	5.32,4	22.47,3	1374	29.51,0
»	II	22 »	9,5	»	»	»	29.44,5
Tamanrasset-D	II	23 »	8,8	5.31,0	22.47,4	1359	29.46,0
»	I	23 »	9,3	»	»	»	29.51,0
Tamanrasset-E	II	23 »	10,4	5.30,7	22.47,3	1370	29.48,3
Pilon	II	23 »	14,5	5.33,8	22.50,6	1429	29.47,2
Ours	II	25 »	8,4	5.25,5	22.51,2	1372	29.59,3
In Fedjeg	II	5 déc.	6,6	5.30	22.33,5	1175	29.34
Zazir	II	6 »	6,9	5.33	21.26	676	27.26
Laouni	II	7 »	7,3	5.41	20.22	527	24.40
In Guezzam	I	8 »	17,0	5.47	19.34	410	23.16
In Abangharit	II	14 »	13,8	5.59	17.54	354	19.39
Teggida n'feçum	I	15 »	7,2	6.35	17.25	375	18.23,5
Agades	II	17 »	8,9	7.52	16.55	525	17.26
Aderbissinat	I	20 »	16,0	7.53	15.37	469	14. 7
Zinder	II	28 »	16,8	8.59	13.49	475	9.45
		1938.					
Fort Lamy	II	11 janv.	8,4	15.5	12.14	300	5.12
»	I	11 »	9,1	»	»	»	5. 8
»	I	11 »	13,5	»	»	»	5.14
»	II	11 »	14,2	»	»	»	5.12

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Nyctaginacées. Développement de l'embryon chez l'*Oxybaphus viscosus *L'Hérit.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

A mesure que s'accroît le nombre des espèces examinées au point de vue embryogénique, on constate que la plupart d'entre elles viennent se rattacher à des types embryonomiques déjà définis. On rencontre de moins en moins des types embryonomiques nouveaux. L'embryon de l'*Oxybaphus viscosus*, qui fait l'objet de la présente Note, se rapproche très intimement de celui des Polygonacées [1].

---

(1) R. Souèges, *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 791; **169**, 1919, p. 919; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **66**, 1919, p. 179; **67**, 1920, p. 1 et 75.

Dans les deux cas, au proembryon bicellulaire (*fig.* 1), succèdent une tétrade en T (*fig.* 2, 3), un proembryon octocellulaire à quatre étages avec quatre quadrants disposés dans un plan horizontal (*fig.* 4) et un proembryon hexadécacellulaire avec, au sommet, huit octants résultant de la segmentation transversale des quadrants (*fig.* 6). Exceptionnellement la première paroi dans la cellule apicale est plus ou moins inclinée et les quadrants se disposent en tétraèdre (*fig.* 5).

Dans les six étages du proembryon à 16 cellules, on observe encore mêmes processus

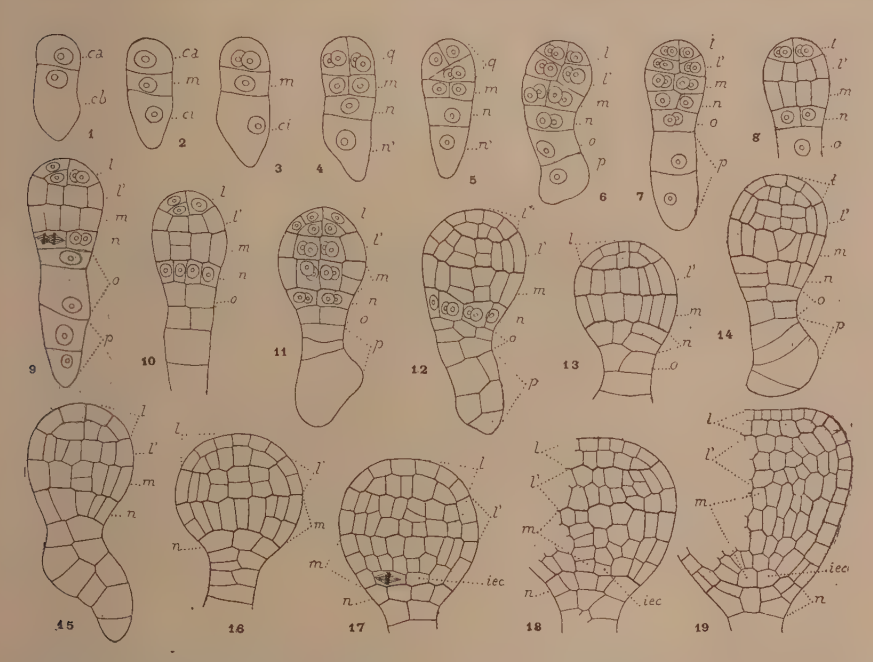


Fig. 1 à 19. — *Oxybaphus viscosus* L'Hérit. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m*, cellule fille supérieure de *cb* ou portion inférieure de l'hypocotyle; *ci*, cellule fille inférieure de *cb*; *q*, quadrants; *n*, cellule fille supérieure de *ci*, mère de *o* et de *p*, génératrice du suspenseur; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou portion supérieure de l'hypocotyle; *iec*, initiales de l'écorce de la racine. — G. = 170.

de division et mêmes destinées que chez les Polygonacées. En *l* (*fig.* 9 à 19), les quatre octants supérieurs prennent, en règle générale, des cloisons tangentielles qui séparent extérieurement le dermatogène; dans les cellules intérieures, par cloisons verticales, se constitue ensuite une assise sous-épidermique. On ne peut déterminer la part exacte que prend cette assise à la construction des méristèmes cotylédonaires, étant données la disposition irrégulière des éléments et la disparition de toutes limites entre étages proembryonnaires, au moment de la naissance des cotylédons. Il reste en

tout cas certain que le méristème cortical interne de ces organes et le point végétatif de la tige tirent origine de l'étage *l*.

En *l*, les premières cloisons séparent également le dermatogène (*fig.* 8, 9, 11); puis d'autres cloisons, longitudinales ou transversales, apparaissent dans les cellules intérieures, sans qu'on puisse dire exactement comment se séparent la périblème et le plérome (*fig.* 17, 18, 19). En *m*, après les premières cloisons verticales, s'établissent des cloisons transversales, soit dans les cellules périphériques (*fig.* 11), soit dans les cellules centrales (*fig.* 10, 15). Parfois les premières parois transversales formées dans les cellules centrales séparent d'emblée, inférieurement, les initiales de l'écorce de la racine (*fig.* 10 et 17 à droite); mais le plus souvent, ces initiales ne se différencient qu'aux dépens des cellules circumaxiales résultant d'un nouveau cloisonnement longitudinal (*fig.* 12, 14, 15, 17 à gauche). Quoique les limites entre les deux étages *m* et *l'* soient, à un moment donné, difficiles à fixer, on peut néanmoins affirmer que l'étage *m* donne naissance à la région inférieure de l'hypocotyle et aux initiales de l'écorce de la racine.

L'étage *n* (*fig.* 6 à 19), par des processus de division tout à fait comparables à ceux qui ont été décrits au sujet de la Persicaire, produit la portion médiane de la coiffe. Enfin *o* et *p* contribuent à la construction d'un suspenseur massif, de forme et de dimensions assez irrégulières.

En résumé, les lois qui président au développement de l'embryon, chez l'*Oxybaphus viscosus* et chez les espèces de Polygonacées déjà examinées, sont essentiellement les mêmes. Par le mode de construction des formes tétra, octo et hexadécacellulaires, l'embryon de l'*Oxybaphus* s'écarte nettement de celui de toutes les autres Centrospermales.

GÉNÉTIQUE. — *Sur plusieurs mutations tétraploïdes de* Petunia *apparues après traitement à la colchicine*. Note de MM. **Marc Simonet** et **Pierre Dansereau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

F. Blakeslee (¹), puis F. Blakeslee et G. Avery (²) ont fait connaître qu'ils avaient obtenu des rameaux et des grains de pollen polyploïdes après application de colchicine. R. Nebel et L. Ruttle (³) ont aussi signalé avoir réalisé les mêmes variations chez diverses plantes, tout en

(¹) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 476-479.
(²) *Jour. of Heredity*, **28**, 1937, p. 393-411.
(³) *Jour. of Heredity*, **29**, 1938, p. 3-9.

montrant que la colchicine provoquait de la tétraploïdie au cours des divisions nucléaires par inhibition du fuseau (les chromosomes n'étant plus distribués aux deux pôles de l'image caryocinétique); ce type bien spécial de cinèse pourrait être appelé *colchimitose*. Voici les premiers résultats de nos expériences.

Deux lots homogènes de *Petunia* des jardins (l'un à fleurs bleues, l'autre à fleurs roses), en culture au Centre de Recherches agronomiques de Provence (Villa Thuret à Antibes) depuis plusieurs années, ont été traités à la colchicine. Nous avons rabattu vingt-deux plantes normales, en pleine floraison, à 5^{cm} du sol; puis, après suppression de tous les rameaux axillaires, nous avons traité :

Série I. — Douze plantes en déposant à l'aisselle des rameaux supprimés, chaque matin et pendant neuf jours, deux à trois gouttes de colchicine en solution aqueuse à 0,4 pour 100.

Série II. — Six autres plantes, en remplissant chaque matin de la solution de colchicine à 0,4 pour 100 un tuyau taillé dans une plume et légèrement enfoncé dans la partie supérieure incisée de la tige, le tout maintenu tel pendant sept jours.

Dans les deux lots de nouveaux bourgeons axillaires ont poussé très lentement. Un retardement très net de la végétation a été constaté parmi les plantes traitées; la première a fleuri au bout de deux mois, tandis que les témoins ont refleuri un mois et demi après avoir été rabattus. Les feuilles sont très épaisses, succulentes, même les plus inférieures, au point de prendre l'aspect de plantes grasses. Nous avons alors arrêté le traitement. Au départ de la végétation, les rameaux axillaires prennent aussi cet aspect de plante grasse, pendant que certaines nouvelles feuilles apparaissent légèrement déformées, à bords ondulés ou frisés. Sur huit plantes actuellement en fleurs, trois de la série I (les premières fleuries) sont à $n = 7$ comme les quatre témoins; deux de la série I et trois de la série II sont à $n = 14$; ce dernier nombre tétraploïde, caractérise déjà, comme R. de Vilmorin et l'un de nous l'ont fait connaître [4] la race à très grandes fleurs des *Petunia superbissima*.

Les numérations ont été faites sur les cellules mères des grains de pollen à l'aide du carmin-acétique. La métaphase hétérotypique des cinq plantes

---

[4] *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 164-166.

tétraploïdes est anormale par suite de la présence de chromosomes monovalents, bivalents et trivalents. A la métaphase homéotypique, les irrégularités aboutissent à une répartition le plus souvent anormale des chromosomes, d'où les quatre combinaisons suivantes observées : 14 + 14, 14 + 13 + 1, 15 + 13, 16 + 12. Les tétrades qui en résultent sont à 4,5 et 6 cellules et le pollen formé ne contient plus que 40 à 60 pour 100 de grains bien conformés, alors que celui des témoins en renferme 95 pour 100.

Cette réduction chromatique irrégulière, avec présence d'éléments multivalents, confirme les observations déjà faites par de nombreux auteurs sur la méïose des variations autopolyploïdes. Notre expérience fournit, semble-t-il, une illustration très caractéristique de ce phénomène, et ces mutants étant obtenus d'une manière si particulière, nous proposons de les appeler des *colchiploïdes*.

Nos observations ayant porté pour chaque plante sur plusieurs boutons des inflorescences terminale et latérales, qui donnent tous des cellules mères de pollen à $n = 14$, nous pouvons en déduire que les pousses produites sont entièrement tétraploïdes. Et comme telles, elles présentent des fleurs, des feuilles et des cellules plus volumineuses que celles des témoins, tout en ayant une végétation plus tardive. Ce sont donc des mutations chromosomiques par variation de bourgeon, une colchimitose ayant dû avoir lieu au cours d'une des divisions nucléaires de la cellule initiale de chacun des organes mutés.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Structure et fonction du cerveau de l'Ours nouveau-né.* Note [1] de M. **Walter Riese**, présentée par M. Louis Lapicque.

Dans quelques-unes de mes dernières publications [2] j'ai attiré l'attention sur certains phénomènes d'ordre *chronologique*, dominant l'évolution ontogénétique du cerveau (modes d'apparition des différentes structures,

---

[1] Séance du 8 juin 1938.

[2] *Proceedings Koninkl. Akademie v. Wetenschappen te Amsterdam*, 39, 1, 1936, p. 97; *Archives Suisses de Neurologie et de Psychiatrie* (sous presse); *Bull. du Muséum d'Hist. natur.* (sous presse).

existence et stades alternatifs d'activité et d'inactivité, de processus organisateurs exigeant beaucoup de temps en opposition avec d'autres se déroulant relativement vite etc.). Par la Communication suivante j'essaierai de contribuer à compléter nos connaissances sur des facteurs du même ordre. Par les recherches de R. Anthony et F. Coupin ([3]) on sait que, du point de vue *pondéral* et *morphologique*, le cerveau de l'Ours est au moment de la naissance sensiblement en retard : en effet, son poids n'est que le 1/58e de ce qu'il sera chez l'adulte et son néopallium est complètement lisse sur sa face externe. J'ai examiné la structure *histologique* du cerveau de l'Ours nouveau-né (*Ursus arctos*). *La structure histologique de la paroi hémisphérique de l'Ours nouveau-né correspond à la structure histologique de la paroi hémisphérique d'un fœtus humain âgé de quatre mois.* C'est ainsi que je peux distinguer les couches suivantes comme couches constructrices de la paroi hémisphérique de l'Ours nouveau-né : 1° l'épendyme; 2° la matrice; 3° la couche rayonnée; 4° la couche intermédiaire; 5° la plaque corticale; 6° la couche marginale. Quant à la structure *cytologique* de cette paroi hémisphérique, on rencontre dans la couche intermédiaire les éléments les plus divers suivant leur degré de maturation. Les éléments constitutifs de la plaque corticale sont formés par des cellules de petite taille, au corps protoplasmique très pâle, parfois à peine visible et au noyau foncé; on ne reconnaît encore ni le nucléole, ni les grains de Nissl. Mais, à certains endroits, on voit apparaître, au-dessous de la plaque corticale (*lamina granularis primaria*) des éléments plus mûrs formant les débuts de la 5e couche de l'écorce définitive (couche ganglionnaire). Le cerveau de l'Ours nouveau-né dispose déjà de *commissures* importantes. Que la détermination de l'âge du stade évolutif représenté par le cerveau nouveau-né est exacte, cela s'ensuit aussi du caractère histologique de l'écorce *cérébelleuse:* celle-ci est composée de la couche extérieure des grains, de la couche moléculaire et de la couche intérieure des grains. Les cellules de Purkinje ne sont pas encore visibles. La proéminence ganglionnaire, formation continuant la matrice et engendrant le *striatum*, représente une masse cellulaire considérable, la majeure partie du matériel constructif du striatum n'est pas encore utilisée. Dans la couche *optique* on trouve des formes voisines des formes mûres. On n'est pas surpris de trouver les stades cytologiques les plus avancés parmi les éléments constituant les noyaux des

([3]) *Anatomie comparée du Cerveau*, Paris, 1928.

nerfs craniens; mais la maturation cellulaire de ces régions n'est pas homogène, je constate des formes particulièrement mûres dans les régions des nerfs trijumeau et vestibulaire.

Le cerveau décrit, unique comme cerveau d'un nouveau-né à cause de son caractère essentiellement embryonnaire, peut être considéré comme le *minimum de substance nerveuse organisée nécessaire au maintien de la vie extrautérine d'un mammifère dans des conditions physiologiques*. On ne peut pas ne pas admettre le fonctionnement de ce cerveau. On connaît l'extraordinaire petitesse de la taille de l'ours nouveau-né. L'un des ours nouveau-nés étudié par moi mesurait $16^{cm},5$ et pesait 295^{g}. J'ai pu constater les *manifestations vitales* suivantes : il y a le rythme alternant de sommeil et d'état de veille. Les animaux ne peuvent ni se tenir debout ni marcher. Cependant, leurs membres antérieurs exécutent des mouvements vifs et alternants. Mais ce qu'il y a de plus remarquable, ce sont les mouvements presque continuels de la tête ressemblant à des mouvements d'orientation (les animaux naissent les yeux fermés). L'ours nouveau-né pousse souvent des cris singuliers et très impressionnants, dont je ne peux mieux désigner le caractère et le timbre que par des plaintes et des lamentations et qui ne diffèrent que peu des pleurs du nouveau-né humain. Notons que les ours nouveau-nés peuvent être nourris au biberon et qu'ils prennent la nourriture introduite de cette façon. Leur élevage en captivité semble se heurter aux plus grandes difficultés, expérience qui s'explique peut-être entre autres par le caractère tout à fait embryonnaire de leur système nerveux central. Ce sont surtout les mécanismes interprétés comme mécanismes d'orientation qui, chez une espèce douée d'un système nerveux central, doivent être considérés comme manifestations du dernier (C. v. Monakow). Or, si le fonctionnement du cerveau de l'ours nouveau-né ne peut pas être contesté, cela doit nécessairement influencer nos idées sur le *fonctionnement de structures nerveuses embryonnaires*. De toute façon, chez l'ours, toute la durée de la gestation (208 jours) est utilisée pour la formation d'un cerveau qui, chez l'Homme, est formé dans un délai de 4 mois. Du point de vue purement *morphologique*, le cerveau de l'ours nouveau-né n'est pas plus développé que celui d'un canidé ou d'un félidé au tiers de la gestation (R. Anthony). Comme la gestation de ces espèces (*Canis familiaris*, *Felis catus domesticus*) ne comprend que 63 jours, une période évolutive de 21 jours suffit à la formation d'un cerveau qui correspond au cerveau de l'ours nouveau-né, dont la formation exige 208 jours.

La formation de l'*architectonie corticale définitive*, si caractéristique du cerveau des mammifères, est considérée en général comme le résultat d'un travail organisateur exécuté pendant la vie *embryonnaire;* chez l'ours, ce travail doit être accompli dans la vie *extrautérine*.

Les faits physiologiques et anatomiques communiqués sont le résultat d'observations qui ont porté sur les *deux* individus d'une même portée. L'un de ces deux ours nouveau-nés n'a vécu que 24 heures, tandis que l'autre a atteint une durée de vie de 3 jours. On peut se demander s'il ne s'agit pas d'individus venus avant terme. Mais la taille des animaux examinés correspond tout à fait à la taille des ours nouveau-nés décrits par différents auteurs, et la morphologie du cerveau correspond rigoureusement à la morphologie du cerveau des ours nouveau-nés décrit par R. Anthony (*op. cit.*).

IMMUNOLOGIE. — *Essais de vaccination du porc avec le virus de la peste porcine passé par cobaye. Perte de virulence rapide pour le porc et aussi du pouvoir antigénique vis-à-vis du virus porcin original.* Note de MM. **Fernand Le Chuiton**, **Charles Mistral** et **Jean Dubreuil**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Nous avons attiré l'attention sur le fait suivant [1] : le virus de la peste porcine inoculé dans le testicule du cobaye donne à cet animal une maladie transmissible en série, le virus s'exaltant par passages successifs. Et nous notions que, dès la première inoculation au cobaye, le virus perdait très vite ses propriétés pathogènes pour le porcelet.

Nous relatons ici la suite de nos expériences entreprises afin de savoir si ce virus ainsi modifié peut servir de vaccin pour le porc. Nous avions signalé dans notre travail précédent qu'un porcelet avait reçu sans réaction les virus ayant séjourné 9 jours, puis successivement 72 heures, 48 heures, 24 heures et 12 heures dans l'organisme du cobaye, et qu'il avait pu supporter à la suite de ces inoculations, au prix d'une légère maladie, une injection de 1/50e de virus porcin non modifié.

Le virus de la peste porcine dont nous nous sommes servi est toujours

---

[1] *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 96.

ce virus provenant d'Alger conservé à — 2° sous forme de sang de porc. Sa virulence persiste intacte pendant au moins un an.

La voie d'inoculation au cobaye a été la voie testiculaire.

Le virus provenant du cobaye est toujours utilisé sous forme d'un mélange de 5 à 7^{cm^3} de sang + une émulsion du cerveau, dans 5^{cm^3} d'eau physiologique. Deux à trois centimètres cubes du mélange sont inoculés aux porcelets par la voie sous-cutanée.

Recherche du temps de séjour minimum du virus dans l'organisme du cobaye pour qu'il ne soit plus pathogène pour le porc. Avec du virus ayant séjourné 2 jours dans l'organisme du cobaye, 2 porcelets inoculés meurent de peste porcine.

Avec du virus ayant séjourné 3 jours dans l'organisme du cobaye, sur 4 porcelets, 3 font une peste mortelle, l'autre supporte sans fièvre cette inoculation.

Avec du virus ayant séjourné 6 jours dans l'organisme du cobaye, 2 porcelets font une réaction fébrile au-dessus de 40° de 3 à 4 jours, survenant 7 à 8 jours après l'injection, mais dont ils guérissent parfaitement. Notons qu'un autre porcelet mis au contact de ces 2 animaux pendant la période fébrile, ne présente aucune réaction.

Tentatives de vaccination. — Deux porcelets reçoivent du virus de peste porcine ayant séjourné 7 jours, puis successivement, avec 25 ou 30 jours d'intervalle entre les inoculations, des virus ayant séjourné 5 jours, 3 jours, 24 heures dans l'organisme du cobaye. Les animaux supportent ces injections sans réaction, mais l'inoculation de peste porcine sous cutanée (1/50e de centimètre cube) non passée par cobaye, et pratiquée 25 jours après la dernière inoculation, tue les deux animaux.

Nous entreprenons une nouvelle série d'expériences sur 3 animaux en débutant par du virus ayant séjourné 5 jours dans l'organisme du cobaye. Deux animaux présentent une légère réaction fébrile au-dessus de 40° pendant 3 à 4 jours. Puis ils reçoivent successivement sans réaction, avec 25 à 30 jours d'intervalle, des virus ayant séjourné dans l'organisme du cobaye 3 jours, 2 jours, puis 24 heures. Mais l'inoculation sous-cutanée de peste porcine (1/50e de centimètre cube) non passée par cobaye, et pratiquée 25 jours après la dernière injection, tue les 3 animaux.

Nous pratiquons une nouvelle série d'expériences sur 3 animaux, en leur inoculant successivement, à 25 jours d'intervalle, des virus ayant séjourné 6 jours dans l'organisme du cobaye, puis 3 jours, 24 heures,

12 heures, 6 heures et 1 heure. Toutes ces inoculations sont supportées par les animaux sans réaction fébrile. Mais l'un de ces trois animaux, inoculé sous la peau, 25 jours après la dernière injection, avec du virus de peste porcine non passée par cobaye ($1/50^e$ de centimètre cube), fait une peste porcine dont il meurt. Les deux autres, mis au contact de cet animal pendant sa fièvre, contractent une peste porcine dont ils meurent également.

Dans chacune de ces expériences l'animal témoin est toujours mort de peste porcine dans les mêmes conditions que les animaux en expérience.

Nous pouvons donc conclure que la peste porcine passée par testicule du cobaye perd très vite ses propriétés pathogènes pour le porc, dès le cinquième jour, dans l'organisme du cobaye. Mais, si ce virus ainsi modifié protège le porc contre les inoculations successives du même virus ayant séjourné des temps de plus en plus courts chez le cobaye, il est impuissant à le vacciner contre le virus originel de peste porcine.

Il y a là une transformation remarquable des propriétés pathogènes et antigéniques d'un virus par passage dans un organisme animal non habituel pour le virus. Elle nous a paru digne d'être signalée, car elle diffère de ce que nous sommes habitués à constater pour d'autres virus pathogènes. Il n'est pas impossible que cette constatation puisse expliquer certains faits demeurés mystérieux dans le domaine de la pathologie humaine.

A $15^h 45^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et Navigation, par l'organe de son doyen, M. **R. Bourgeois**, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par la mort de M. *Ch. Lallemand* :

En première ligne.........	M. **Émile-Georges Barrillon.**
En seconde ligne..........	M. **Emmanuel de Martonne.**
En troisième ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*....	MM. **Emmanuel de Margerie.** **Pierre Marti.** **Henri Roussilhe.**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h.

A. Lx.